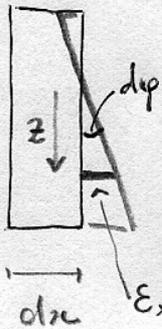
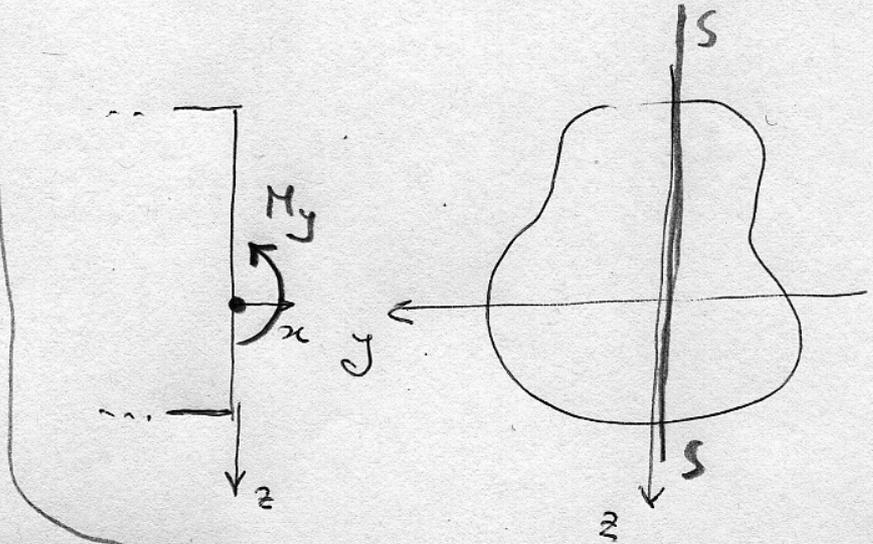
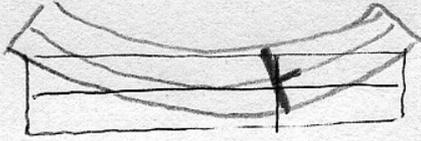


FLESSIONE RETTA SU SEZ. SIMMETRICA S=ASSE SIMM.

1 FE

MOMENTO COSTANTE = SFORZI E DEFORMAZIONI

1<sup>a</sup> Hp (Bernoulli)  
SEZ PIANE ⊥ ASSE



DEFORMAZIONE

$$\epsilon_x(z) = \kappa z$$

$z=0$  SU ASSE NEUTRO

PRENDENDO L'ASSE  $y$   
(ORIGINE DELLE  $z$ ) SUL  
L'ASSE NEUTRO (LUOGO  
 $\epsilon_x = 0$ )

2<sup>a</sup> Hp OGNI FIBRA LONGITUDINALE SI COMPORTA COME SE FOSSE "SEMPLICEMENTE TESA (SOTTO) O COMPRESSA (SOPRA) CON LA FORZA  $\sigma_x(z) \cdot dA$ . [CONTRAZIONE TRASVERSALE NON CONTRASTATA DALLE ALTRE FIBRE ADIACENTI]

TENSIONE

Per questo

$$\sigma_x(z) = E \epsilon_x(z) = \underbrace{E \kappa}_{=: \kappa} z = \kappa z$$

IMPONIAMO ORA L'EQUILIBRIO TRA IL RISULTANTE DELLE TENSIONI INTERNE SULLA SEZIONE E LE C.D.S. NELLA SEZIONE STESSA [IN FLESSIONE SEMPLICE ESISTE SOLO  $M_y$ !]

$$N = \int_S \sigma_x dA = 0$$

$$M_y = \int_S \sigma_x \cdot z \cdot dA \neq \text{"DIVERSO DA ZERO!"}$$

$$M_z = - \int_S \sigma_x y dA = 0$$

$$\int_S \sigma_x dA = \int_S \kappa z dA = 0 \Rightarrow \text{ASSE NEUTRO BARICENTRICO}$$

$$\int_S \sigma_x \cdot z dA = \int_S \kappa z^2 dA = \kappa \int_S z^2 dA = \kappa I_y = M_y \Rightarrow \kappa = \frac{M_y}{I_y}$$

ATT:  $\sigma_x \neq$  LEMBO SUP E INF NEL CASO GENERICO

NE SEGUE:  $\sigma_x(z) = \frac{M_y}{I_y} \cdot z$ ;  $\epsilon_x(z) = \frac{M_y}{E I_y} \cdot z$

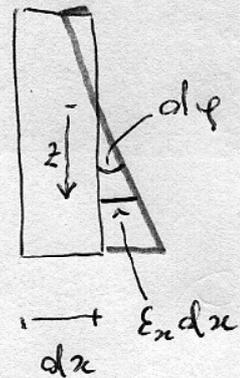
INOLTRE  $\epsilon_y = \epsilon_z = -\nu \epsilon_x$

$\left[ \int_S \sigma_x y dA = 0 \right]$  PER RAGIONI DI SIMMETRIA!

IN LUOGO DELLE  $\epsilon_x$  LOCALI (VARIANO DA PUNTO A PUNTO AL VARIARE DI  $z$ ) SI PUO' CONSIDERARE UNA GRANDEZZA DEFORMATIVA GLOBALE "DUALE" AL MOMENTO FLETTENTE  $M_y$

$$d\phi_y = \frac{\epsilon_x dx}{z} = \frac{M_y}{E I_y} \frac{dx}{z}$$

$$\phi = \int_0^l d\phi_y = \int_0^l \frac{M_y}{E I_y} \frac{dx}{z} = \frac{M_y l}{E I_y}$$



$$\phi_y = \frac{M_y l}{E I_y}$$

$$M_y = \frac{E I_y}{l} \phi_y$$

$$\Delta l = \frac{N l}{E A}$$

$$N = \frac{E A}{l} \Delta l$$

ANALOGIA FORMALE

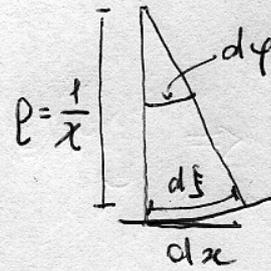
IN TRAZIONE O COMPRESSIONE SEMPLICE

$$\int_e d\varphi = \frac{M_y}{EI_y} dx$$

(3)  
FE

Ricordando che

$$\frac{d\varphi}{d\zeta} = \chi = \frac{1}{\rho}$$



$$\int_e d\zeta \approx dx$$

$$\frac{1}{\rho} = \chi = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_y}{EI_y} = \text{costante}$$

IN FLESSIONE SEMPLICE LA DEFORMATA È "UN ARCO DI CERCHIO"

### ESEMPIO 3.1 pg 109

PER UNA TRAVE DI CUI SIA NOTA LA GEOMETRIA ( $\rho, b, h$ ) LA SOLLECITAZIONE E LE CARATTERISTICHE DEL MATERIALE VALUTARE:

- MAX E MIN  $\sigma_x$
- ANGOLO DI FLESSIONE GLOBALE  $\phi_y$
- LA "FRECCIA"  $f$  (figura 3.4 pg 109)

### ESERCIZIO 3.1 pg 110

... COME SOPRA

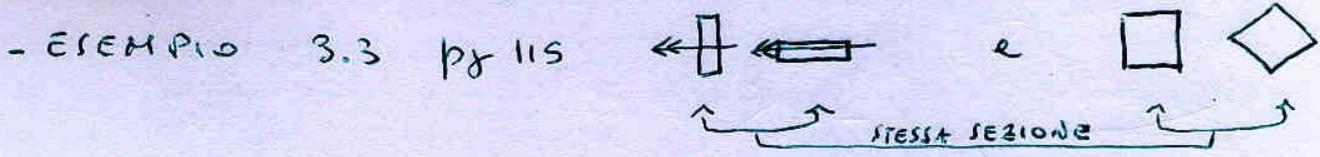
### ESEMPIO 3.2 pg 111

... COME SOPRA MA SEZIONE NON DOPIAMENTE SIMMETRICA

# INFLUENZA DELLA FORMA DELLA SEZIONE SULLE TENSIONI

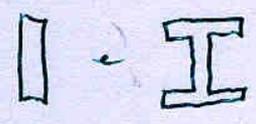
(4) FE

- SEZIONI RETTANGOLARI ED A I



## ESERCIZIO 3.2

- CONFRONTO TRA 2 SEZIONI UGUALE AREA ED ALTEZZA



TRAVI SOGGETTE A MOMENTI FLETTENTI VARIABILI IN  $x$  (IL CASO GENERALE)

ESISTE UNA INTERAZIONE CON LA SOLLECITAZIONE DI TAGLIO CHE IN QUESTO CASO È PRESENTE INSIEME AL MOMENTO

PER VALORI GLI EFFETTI DOVUTI A MOMENTO FLETTENTE SI ASSUMONO VALIDE LE STESSA RELAZIONI DELLA FLESSIONE SEMPLICE UTILIZZANDO PERÒ, IN OGNI SEZIONE DELLA TRAVE, IL VALORE CORRENTE DEL MOMENTO

$$G_x(x, z) = \frac{M_y(x)}{I_y} \cdot z$$

SE ANCHE NELLA DEFORMAZIONE SI PUÒ TRASCURARE L'EFFETTO DEL TAGLIO, L'INFLESSIONE DELL'ELEMENTO È MISURATA DALLA CURVATURA  $\chi_y$  NON PIÙ COSTANTE TRA  $0 \div l$

$$\chi_y(x) = \frac{M_y(x)}{E I_y} \quad (1)$$

SI RICORDA CHE PER DEFINIZIONE

(5)  
FR

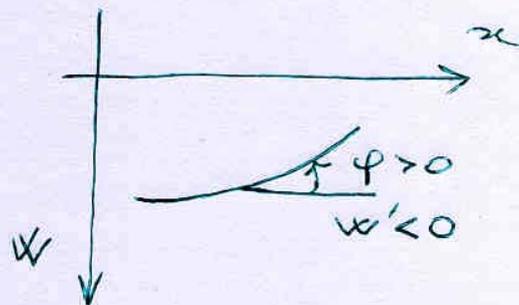
$$\chi_y(x) = \frac{d\varphi(x)}{dx} \quad (1)$$

~~MA~~ MA  $|\varphi(x)|$  È ANCHE, PER ANGOLI PICCOLI, PARI ALLA DERIVATA PRIMA DEGLI ABBASSAMENTI: TUTTAVIA NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO ASSUNTO ( $w$  POSITIVE VERSO IL BASSO E  $x$  CRESCENTE VERSO DESTRA)  $w' > 0$  CONFIGURA ROTAZIONI ORARIE MENTRE IL VERSO POSITIVO DELLE  $\varphi$  È, DI REGOLA, QUELLO ANTIORARIO - PER QUESTO SI DEVE PORRE:

$$\varphi \approx \text{tg } \varphi = - \frac{dw(x)}{dx}$$

QUINDI

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = - \frac{d^2 w(x)}{dx^2}$$



E, DALLA (1) DI PG. (5) E DALLA (1) DI PG. (4):

$$\chi_y(x) = - \frac{d^2 w(x)}{dx^2}$$

E PERCIO' USANDO LA (1) DI PG. (4):

$$\frac{d^2 w(x)}{dx^2} = - \frac{M_y(x)}{E I_y}$$

EQUAZIONE  
DIFFERENZIALE  
DELLA  
LINEA ELASTICA

NOTE ~~LA~~ LA GEOMETRIA, I CARICHI E LE PROPRIETÀ DEL MATERIALE COSTITUENTE UNA TRAVE, SI VAUTA LA LINEA ELASTICA ED ALCUNI VALORI CARATTERISTICI DEL CAMPO DI SPOSTAMENTO

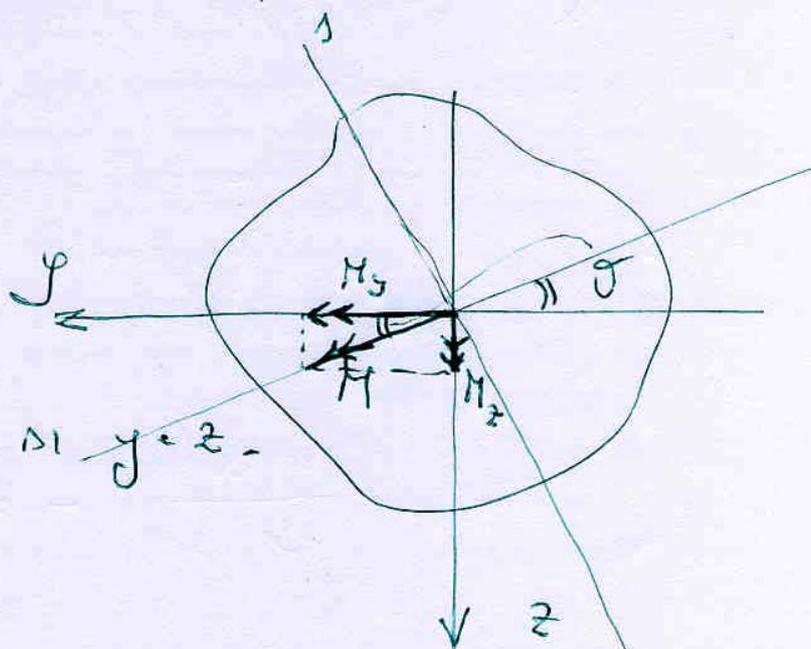
## FLESSIONE DEVIATA

pg 126

SI ASSUME COME PER LA FLESSIONE SEMPLICE UN ANDAMENTO

"LINEARE" DELLE  $\epsilon_x$

QUESTA VOLTA FUNZIONE DI  $y, z$ .



|      |        |                       |
|------|--------|-----------------------|
| ASSI | $y, z$ | PRINCIPALI DI INERZIA |
|------|--------|-----------------------|

$$\epsilon_x(y, z) = \kappa_0 + \kappa_1 z + \kappa_2 y$$

$$\sigma_x(y, z) = E \epsilon_x(y, z) = E(\kappa_0 + \kappa_1 z + \kappa_2 y) = K_0 + K_1 z + K_2 y$$

$K_0, K_1, K_2$  SARANNO DETERMINATE DALLE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO TRA SOLLECITAZIONE ESTERNA ( $M$ ) E RISULTANTE AZIONI INTERNE

$$M_y = M \cos \vartheta$$

$$M_z = M \sin \vartheta$$

(7)  
FE

$M_y$  ed  $M_z > 0$  ~~DE~~ INDICANO VERSI ANTIORARI  
RISPETTO AL RELATIVO ASSE

$$0 = N = \int_S \sigma_x dA = \cancel{K_0 \int dA} + \cancel{K_1 \int z dA} + \cancel{K_2 \int y dA}$$

SI RICAUA  $K_0 = 0$

$$M_y = \int_S \sigma_x z dA = \cancel{K_0 \int z dA} + K_1 \int z^2 dA + \cancel{K_2 \int zy dA}$$

SI RICAUA  $K_1 = \frac{M_y}{I_y} = \frac{M \cos \vartheta}{I_y}$

$$M_z = - \int_S \sigma_x y dA = \cancel{K_0 \int y dA} + \cancel{K_1 \int yz dA} + K_2 \int y^2 dA$$

SI RICAUA  $K_2 = - \frac{M_z}{I_z} = - \frac{M \sin \vartheta}{I_z}$

PER CUI:

8  
FE

IN FLESSIONE DEVIATA

$$\sigma_x(y, z) = \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y = \frac{M_{\text{red}}}{I_y} z - \frac{M_{\text{red}}}{I_z} y$$

$$\sigma_x(y, z) = 0 \quad \text{EQUAZIONE ASSE NEUTRO}$$

Si consideri (Figura 3.4) una trave di sezione rettangolare, vincolata con cerniera e carrello (o "semplicemente appoggiata") e soggetta a un momento costante pari a

$$M = 80 \text{ kNmm}$$

con piano di sollecitazione ortogonale all'asse  $y$ , che viene così a costituire l'asse neutro ( $s = z$ ,  $n = y$ ). La lunghezza della trave e le dimensioni della sua sezione trasversale siano

$$l = 1 \text{ m}, \quad b = 10 \text{ mm}, \quad h = 20 \text{ mm}$$

mentre per il modulo di Young del materiale si assume

$$E = 200 \text{ GPa}$$

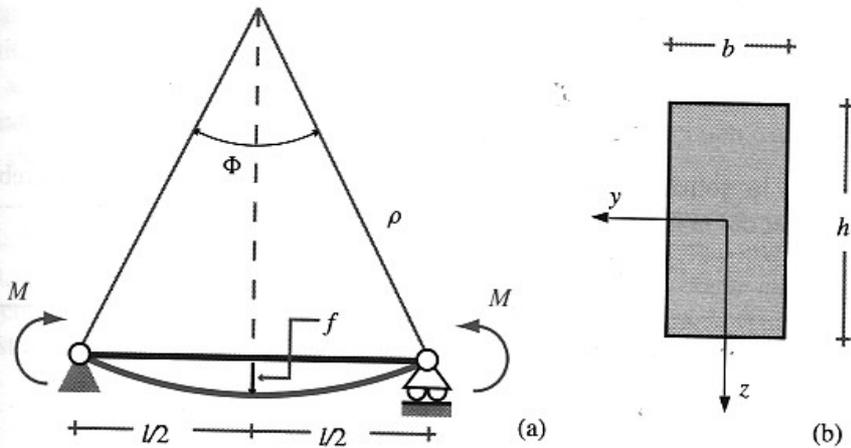


FIGURA 3.4  
Trave di sezione  
re.

Si valuta dapprima lo sforzo nella sezione. Siccome questa è simmetrica anche rispetto all'asse  $y$ , le fibre dei lembi superiore e inferiore, dove la (3.5) prevede i picchi di sforzo a trazione e compressione, hanno uguale distanza dall'asse neutro, pari a  $z^{\max} = h/2$ . I valori estremi di sforzo sono quindi tra loro uguali in valore assoluto e risultano

$$\sigma_x^{\max} = \frac{M}{I} z^{\max}, \quad \sigma_x^{\min} = -\sigma_x^{\max}$$

Per la sezione nella Figura 3.4b, il momento d'inerzia rispetto all'asse  $y$  vale  $I = \frac{1}{12}bh^3$  (vedi Appendice A) o, introducendo i valori numerici

$$I = \frac{(10 \text{ mm})(20 \text{ mm})^3}{12} = 6.667 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

Quindi per il picco di sforzo si ha:

$$\sigma_x^{\max} = \frac{M}{I} z^{\max} = \frac{(80 \times 10^3 \text{ Nmm})}{(6.667 \times 10^3 \text{ mm}^4)} \left( \frac{20 \text{ mm}}{2} \right) = 120 \text{ MPa}$$

L'angolo di flessione  $\Phi$  si calcola dalla (3.9), che stabilisce

$$\Phi = \frac{Ml}{EI} = \frac{(80 \times 10^3 \text{ Nmm})(1000 \text{ mm})}{(200 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2})(6.667 \times 10^3 \text{ mm}^4)} = 60 \times 10^{-3} \text{ rad} = 3^\circ 26' 15''$$

Peraltro, l'informazione ingegneristicamente più significativa sulla deformazione della trave è rappresentata dallo spostamento massimo (o *freccia*)  $f$  che si riscontra in mezzeria, come indicato nella Figura 3.4a. Sulla base della figura stessa, il teorema di Pitagora stabilisce

$$\rho^2 = \left( \frac{l}{2} \right)^2 + (\rho - f)^2 = \frac{l^2}{4} + \rho^2 - 2\rho f + f^2$$

$$f^2 - 2\rho f + \frac{l^2}{4} = 0$$

La freccia  $f$  risulterà sensibilmente più piccola sia della lunghezza  $l$  della trave sia del raggio di curvatura  $\rho$  che essa assume nell'inflessione. Nella (3.15) è quindi legittimo trascurare il termine nei confronti dei rimanenti, ottenendo

$$f = \frac{l^2}{8\rho}$$

Il raggio di curvatura è fornito dalla (3.12) e risulta

$$\rho = \frac{EI}{M} = 16.67 \times 10^3 \text{ mm}$$

Si ottiene quindi

$$f = \frac{(1000 \text{ mm})^2}{8(16.67 \times 10^3 \text{ mm})} = 7.500 \text{ mm}$$

Si fa notare che la soluzione dell'equazione di secondo grado (3.15) fornirebbe il valore  $f = 7.502 \text{ mm}$ , per cui la linearizzazione operata appare del tutto legittima.

### ESERCIZIO 3.1

Per la trave nella Figura 3.5 si assuma

$$L = 1.2 \text{ m}, \quad h = 200 \text{ mm}, \quad b = 20 \text{ mm}$$

$$P = 200 \text{ kN}, \quad E = 200 \text{ GPa}$$

Si calcoli lo sforzo massimo e lo spostamento trasversale nella sezione di mezzzeria.

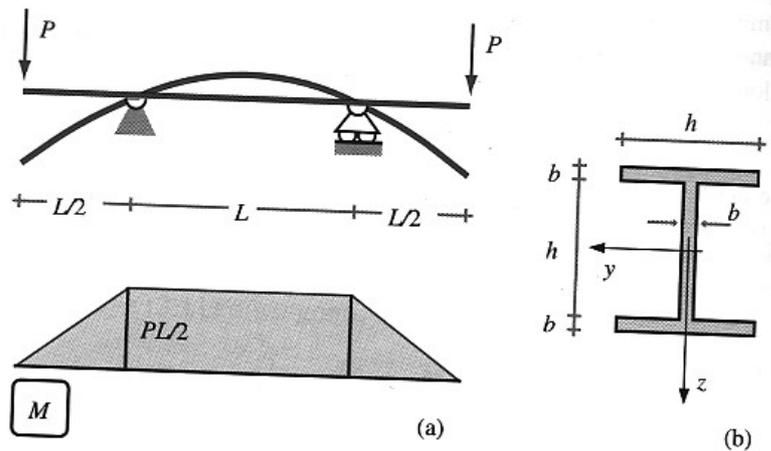


FIGURA 3.5  
Momento costante nel tratto centrale.

**Soluzione** Il tratto centrale è soggetto a momento costante. Procedendo come nell'esempio precedente, si ottiene

$$M = -\frac{PL}{2} = -\frac{1}{2}(200 \times 10^3 \text{ N})(1.2 \times 10^3 \text{ mm}) = -120 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$I = \frac{1}{12}(h(h+2b)^3 - (h-b)h^3) = 110.4 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Stante la doppia simmetria della sezione, le fibre estreme ( $z = \pm(h/2 + b) = \pm 120 \text{ mm}$ ) sono ugualmente sollecitate (in valore assoluto). La (3.5) prevede allora, per la trazione massima (nel lembo superiore)

$$\sigma_x^{\max} = \frac{M}{I} z^{\min} = \frac{-120 \times 10^6 \text{ Nmm}}{110.4 \text{ mm}^4} (-120 \text{ mm}) = 130.4 \text{ MPa}$$

I segni sono stati introdotti coerentemente con le convenzioni adottate nello stabilire la (3.5), che prevedono momenti positivi se tendono le fibre inferiori e  $z$  positivo se diretto verso il basso. Il momento è dunque negativo e le fibre superiori, quelle maggiormente tese, corrispondono a  $z = z^{\min} = -120 \text{ mm}$  (nella maggioranza dei casi, i calcoli vengono svolti considerando solo i valori assoluti, essendo evidente quali siano le fibre tese).

Si calcola ora lo spostamento  $f$  in mezzeria, che ovviamente si svilupperà verso l'alto. Procedendo come nell'Esempio 3.1, si ottiene

$$\rho = \frac{EI}{|M|} = \frac{\left(200 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right) (110.4 \times 10^3 \text{ mm}^4)}{120 \times 10^6 \text{ Nmm}} = 184 \times 10^3 \text{ mm} \Rightarrow f = \frac{L^2}{8\rho} = 0.98 \text{ mm}$$

Va sottolineato che gli spostamenti più significativi sono quelli che si riscontrano ai due estremi caricati, intuitivamente maggiori, in valore assoluto, della freccia calcolata. Peraltro, essendo i due tratti esterni ai vincoli soggetti a un momento variabile linearmente, il loro asse geometrico non si inflette secondo un arco di circonferenza e l'entità di questi spostamenti non è calcolabile sulla base di quanto sin qui sviluppato.

La trave nella Figura 3.6 è incastrata all'estremo di sinistra ed è soggetta a una coppia oraria, pari a  $60 \text{ MNmm}$ , agente su quello di destra. Questa induce un momento costante che tende le fibre superiori. Rispetto ai casi studiati in precedenza, la differenza fondamentale risiede nel fatto che la sezione (illustrata in figura con le sue dimensioni) è ancora simmetrica rispetto all'asse (di sollecitazione)  $z$ , ma non rispetto all'asse neutro  $y$ . La posizione del baricentro, che ovviamente appartiene all'asse di simmetria, si calcola come indicato nell'Appendice A e si colloca a  $214 \text{ mm}$  di distanza dal lembo inferiore. Si ha quindi

$$z^{\max} = 214 \text{ mm}, \quad z^{\min} = -106 \text{ mm}$$

Si procede ora al calcolo del momento d'inerzia  $I$  rispetto all'asse  $y$ , che passa per il baricentro della sezione. A tal fine si calcolano i momenti d'inerzia dei due rettangoli di cui la sezione è costituita rispetto agli assi orizzontali passanti per i loro baricentri; questi vengono poi trasportati in  $G$  sommando a ognuno di essi l'area del rettangolo per il quadrato della distanza tra il baricentro del rettangolo stesso e quello della sezione. Per i due contributi considerati individualmente si ha:

$$I_v = \frac{1}{12} (20 \text{ mm})(300 \text{ mm})^3 + (6000 \text{ mm}^2)(64 \text{ mm})^2 = 69.58 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_o = \frac{1}{12} (200 \text{ mm})(20 \text{ mm})^3 + (4000 \text{ mm}^2)(96 \text{ mm})^2 = 37.00 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

dove gli indici "v" e "o" distinguono la costola verticale dall'elemento orizzontale. Il momento d'inerzia dell'intera sezione risulta dalla somma di questi due contributi e vale

$$I = I_v + I_o = 106.6 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

### ESEMPIO 3.2

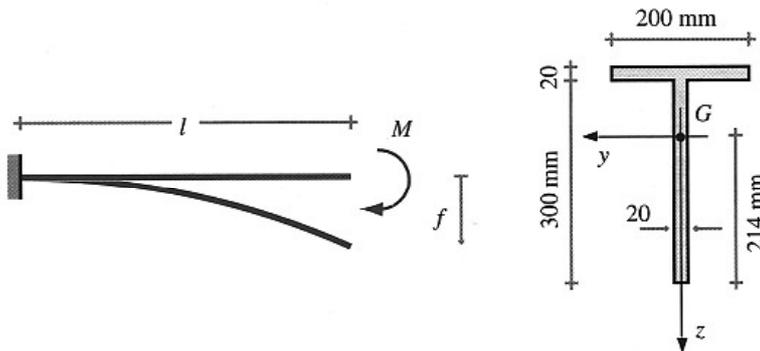


FIGURA 3.6  
Trave con un unico asse di simmetria.

zione)  $z$ , ma non rispetto all'asse neutro  $y$ . La posizione del baricentro, che ovviamente appartiene all'asse di simmetria, si calcola come indicato nell'Appendice A e si colloca a  $214 \text{ mm}$  di distanza dal lembo inferiore. Si ha quindi

Si consideri un elemento di sezione rettangolare di dimensioni  $b \times h$ , con  $h > b$ ; si vogliono valutare le variazioni che si riscontrano nello sforzo massimo e nell'angolo di flessione qualora lo si infletta nel suo *piano forte* (Figura 3.9a) piuttosto che nel suo *piano debole* (Figura 3.9b).

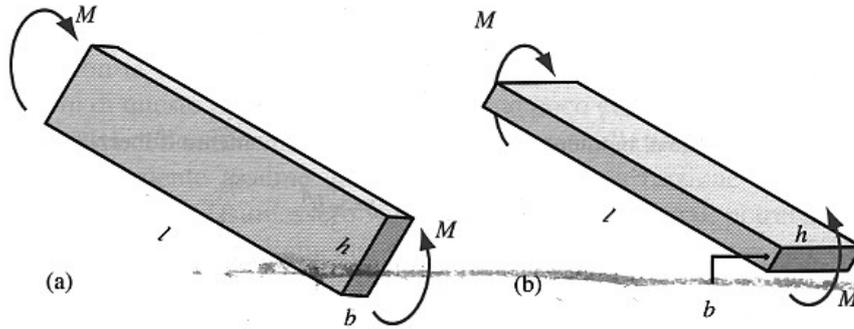
**ESEMPIO 3.3**

FIGURA 3.9  
Elemento di sezione rettangolare inflesso: (a) nel suo piano forte e (b) nel suo piano debole.

Distinguendo le due situazioni con gli indici "a" e "b", si ha, per ognuna di esse

$$I_a = \frac{1}{12}bh^3, \quad H_a = h \quad \text{e} \quad I_b = \frac{1}{12}hb^3, \quad H_b = b$$

Dalla (3.17) segue che

$$Z_a = \frac{1}{6}bh^2, \quad Z_b = \frac{1}{6}b^2h$$

A parità di momento applicato, la (3.18) prevede quindi per gli sforzi massimi il rapporto

$$\frac{(\sigma_x^{\max})_a}{(\sigma_x^{\max})_b} = \frac{Z_b}{Z_a} = \frac{b}{h}$$

mentre per gli angoli di flessione (come per qualunque altra componente di spostamento) si ottiene

$$\frac{\Phi_a}{\Phi_b} = \frac{I_b}{I_a} = \left(\frac{b}{h}\right)^2$$

Per esempio, supponendo che sia  $M = 120 \text{ kNm}$ ,  $h = 30 \text{ mm}$  e  $b = 10 \text{ mm}$ , per gli sforzi di picco risulta

$$(\sigma_x^{\max})_a = \frac{M}{Z_a} = 80 \text{ MPa}, \quad (\sigma_x^{\max})_b = \frac{M}{Z_b} = 240 \text{ MPa}$$

Assumendo anche  $l = 0.3 \text{ m}$  ed  $E = 200 \text{ GPa}$ , si ottengono per gli angoli di flessione nei due casi i valori

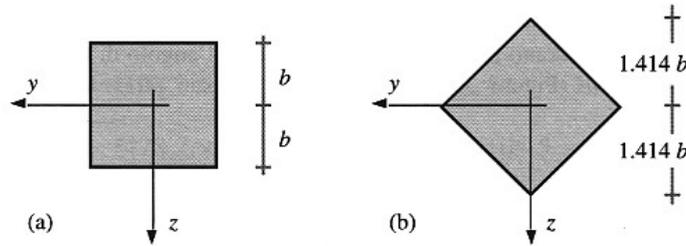
$$\Phi_a = \frac{Ml}{EI_a} = 0.008 \text{ rad} = 27'30'', \quad \Phi_b = \frac{Ml}{EI_b} = 0.072 \text{ rad} = 4^\circ7'31''$$

Pur restando immutata l'area della sezione, il comportamento flessionale è influenzato in maniera significativa dalla localizzazione del materiale rispetto all'asse neutro. Il rapporto tra le rotazioni relative fra le due sezioni estreme è infatti di uno a nove (è facile inflettere la lama di un coltello nel suo piano debole, non altrettanto produrre deformazioni visibili a occhio nudo sollecitandola nel suo piano forte). Il rapporto tra gli sforzi di picco, benché meno marcato, conferma la maggior efficienza flessionale della prima situazione.

Si consideri adesso una sezione quadrata di lato  $2b$ , supponendo di infletterla prima parallelamente a un lato e quindi secondo una diagonale (Figura 3.10). La sezione ha lo stesso momento d'inerzia rispetto a *ogni* asse baricentrico: infatti, gli assi  $z$  e  $y$  nella Figura 3.10a sono due assi principali (sono entrambi di simmetria) e i relativi momenti d'inerzia rappresentano l'uno il massimo e l'altro il minimo dei momenti d'inerzia rispetto a un qualunque asse baricentrico (vedi Appendice A); essendo evidentemente  $I_y = I_z$ , ne segue quanto affermato. Nelle due situazioni considerate,

FIGURA 3.10

Sezione quadrata inflessa parallelamente a un lato e a una diagonale.



quindi, la sezione oppone al momento flettente il medesimo momento d'inerzia, pari a

$$I = \frac{1}{12}(2b)^4 = \frac{4}{3}b^4$$

Pertanto, l'altezza  $H$  della sezione è diversa. Distinguendo ancora con gli indici "a" e "b" le due situazioni, si ha

$$H_a = 2b, \quad H_b = 2\sqrt{2}b$$

e quindi

$$Z_a = 2\frac{I}{H_a} = \frac{4}{3}b^3, \quad Z_b = 2\frac{I}{H_b} = \frac{2\sqrt{2}}{3}b^3$$

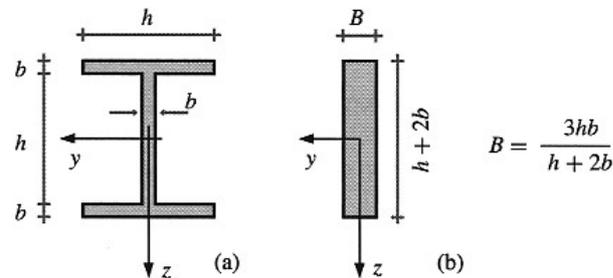
Nonostante i momenti d'inerzia siano uguali, nella situazione "b" il materiale si addensa in misura maggiore nelle vicinanze dell'asse neutro e i picchi di sforzo sono del 41% più elevati che nella situazione "a". L'uguaglianza dei momenti d'inerzia fa sì che la risposta deformativa non presenti differenza alcuna nelle due situazioni.

### ESERCIZIO 3.2

Si riconsideri la putrella di cui all'Esercizio 3.1, nuovamente illustrata nella Figura 3.1a, e si confronti la sua risposta flessionale con quella di una sezione rettangolare di uguale altezza  $H = h + 2b$  e base pari a  $B = 3hb/(h + 2b)$ , così che le due sezioni abbiano la stessa area (Figura 3.11b). Per la putrella si assuma ancora  $h = 200$  mm e  $b = 20$  mm, il che comporta  $H = 240$  mm e  $B = 50$  mm.

FIGURA 3.11

Confronto tra due sezioni di uguale area ed altezza, ma con diverso momento d'inerzia.



**Soluzione** I momenti d'inerzia delle due sezioni rispetto all'asse  $y$  valgono

$$I_a = 110.4 \times 10^6 \text{ mm}^4, \quad I_b = 57.6 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Per i moduli di resistenza si hanno i valori

$$Z_a = 2\frac{I_a}{H} = 920 \times 10^3 \text{ mm}^3, \quad Z_b = 2\frac{I_b}{H} = 480 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

Supponendo che entrambe le sezioni siano soggette allo stesso momento flettente, di valore  $M = 120$  MNmm, gli sforzi massimi nei due casi risultano

$$(\sigma_x^{\max})_a = 130.4 \text{ MPa}, \quad (\sigma_x^{\max})_b = 250.0 \text{ MPa}$$

La maggior efficienza flessionale della putrella rispetto alla sezione rettangolare di pari area è evidente.