Prova d'esame di Analisi Numerica
(Laurea Specialistica in Ing. Ambiente e Territorio)
Laboratorio di calcolo 10/01/2005

Si consideri il seguente problema ai valori iniziali del 1° ordine:

$$\begin{cases} u_t + 9u_x = 0 & x \in \mathbb{R}, \quad t \geq 0 \\ u(x, 0) = x & x \in \mathbb{R} \end{cases} .$$

1. Si determini l'equazione delle linee caratteristiche.
2. Si trovi la soluzione del problema e si esegua la verifica.
3. Si consideri ora il problema ai valori iniziali ed al contorno

$$\begin{cases} u_t + 9u_x = 0 & x \geq 0, \quad t \geq 0 \\ u(x, 0) = x & x \geq 0 \\ u(0, t) = -9t & t \geq 0 \end{cases}$$

la cui soluzione è la funzione trovata al punto 2; si risolva il problema numericamente applicando il metodo implicito ed assumendo: l'estremo finale sull'asse x pari a $x_N = 3$, i passi di discretizzazione $h = 0.5$, $k = 0.5$ e procedendo con le valutazioni fino a $t_M = 2$.

4. Si calcoli l'errore nei nodi e si commentino i risultati.