

PRIMA PROVA PARZIALE
di
ANALISI NUMERICA a.a. 2003/04
Laurea Specialistica Ing. Chimica 20/05/2004

1 - Sia dato il sistema $A\underline{x} = \underline{b}$ con $A = A_p = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 4+p & 2 \\ -3 & -4 & -11 \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$.

a - Si determini, motivando la risposta, l'insieme dei reali in cui può variare p affinché la matrice A_p sia fattorizzabile nella forma $A=LU$.

b - Si scrivano le istruzioni Matlab con cui, dopo avere assegnato un valore di p , si possa eseguire la verifica delle condizioni per la fattorizzazione richiesta al punto a) e le istruzioni per effettuare la fattorizzazione stessa.

c - Si assuma $p = 2$, si determinino le matrici L e U e si trovi la soluzione del sistema corrispondente utilizzando la fattorizzazione effettuata.

2 - Si vuole studiare la variazione nel tempo della temperatura in un muro di mattoni di spessore 0.3m, posto inizialmente alla temperatura di 100°C, avente la costante termica pari a $K = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.

Supponiamo che le due superfici del muro, siano improvvisamente portate alla temperatura di 20°C e tenute nel tempo a questa temperatura.

Il problema in esame è allora:

$$\left\{ \begin{array}{ll} K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} & t > 0, \quad 0 < x < l, \quad l = 0.3, \quad K = 5 \cdot 10^{-7} \\ u(x, 0) = 100 & 0 < x < l \\ u(0, t) = 20 & t \geq 0 \\ u(l, t) = 20 & t \geq 0 \end{array} \right.$$

a- Si consideri l'intervallo $[0, l]$ suddiviso in 15 sottointervalli, un passo sull'asse t pari a $k = 440\text{s}$, e si applichi il metodo esplicito calcolando le approssimazioni per i valori di $j = 0, 1, 2$.

b- Si dica, motivando la risposta, se l'approssimazione che si ottiene al crescere di j e quindi del tempo, è stabile.

c- Dopo avere scritto il metodo implicito si dica, motivando la risposta, cosa succedrebbe per la stabilità nelle stesse condizioni.