

**PROVA di ANALISI NUMERICA**  
**ING. CIVILE a.a. 2002/03**  
**LABORATORIO di CALCOLO 07/01/2003**

Si consideri il problema di determinare lo spostamento verticale di una fune lunga 1 u.m., soggetta ad un carico trasversale di intensità  $w$  per unità di lunghezza.  $T$  è la tensione lungo l'asse  $x$  e  $k$  è il coefficiente di elasticità della fune. Se  $u(x)$  rappresenta lo spostamento verticale, il problema da

risolvere è il seguente:

$$\begin{cases} -u''(x) + \frac{k}{T}u(x) = \frac{w(x)}{T} & x \in (0,1) \\ u(0) = 0 & u(1) = 0. \end{cases}$$

Si assuma  $w(x) = 1 + \sin(4\pi x)$ ,  $T = 1$ ,  $k = 0.1$ .

- 1 - Si dica, motivando la risposta, se sono verificate le condizioni affinché esista unica la soluzione del problema.
- 2 - Si costruisca un file MATLAB: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:
  - faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
  - risolva il problema col metodo alle differenze finite e con i passi  $h_j = \frac{1}{j}$ ,  $j = 10, 20, 40$ .
  - faccia visualizzare una tabella riassuntiva che riporti:  
Intestazione: nodi soluzione1 soluzione2 soluzione3;  
su ogni riga il valore di  $x_i$  relativo ai nodi coincidenti nelle diverse partizioni, il valore della soluzione calcolata nel nodo per i corrispondenti valori di  $h_j$ , utilizzando i seguenti formati di stampa:  
3 cifre decimali e formato virgola fissa per il valore di  $x_i$  ;  
12 cifre decimali e formato virgola fissa per i valori della soluzione nei 3 casi considerati.

**3 - FACOLTATIVO. Sapendo che la soluzione analitica è la funzione**

$$u(x) = \frac{10(1 - \exp(\sqrt{0.1}))}{\exp(\sqrt{0.1}) - \exp(-\sqrt{0.1})} \exp(-\sqrt{0.1}x) - \frac{10(1 - \exp(-\sqrt{0.1}))}{\exp(\sqrt{0.1}) - \exp(-\sqrt{0.1})} \exp(\sqrt{0.1}x) + \frac{\sin(4\pi x)}{(4\pi)^2 + 0.1} + 10,$$

**si deduca sperimentalmente l'ordine del metodo.**