

II PROVA PARZIALE
di Analisi Numerica a.a. 2004/05
23/11/2004

Si consideri il seguente problema del I° ordine con condizioni iniziali ed al contorno:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial u}{\partial x} = 0 & x \in (0,1], \quad t > 0 \\ u(x,0) = x^2 & x \in [0,1] \\ u(0,t) = 0 & t \geq 0 \end{cases}$$

1 - Si stabilisca, motivando la risposta, l'equazione delle linee caratteristiche e si dica se la soluzione del problema è continua in $[0,1] \times [0,\infty)$.

2 - La funzione $u(x,t) = (xe^{-t})^2$ è soluzione del problema posto? Dimostrarlo.

3 - Si assuma $h = 0.2$ per il passo spaziale e $k = 0.1$ per quello temporale; si stabilisca, motivando la risposta, se il metodo upwind è convergente; (N.B. si tenga presente che $\alpha = \alpha_i$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$). Si calcoli quindi la soluzione numerica fino al livello $j = 2$.

4 - Facoltativo. Si calcoli l'errore nei nodi al livello $j = 2$ e si dica se rispetta la teoria.