

PRIMA PROVA PARZIALE

di

Analisi Numerica a.a. 2005/06

Laurea Ing. Civile, Lauree specialistiche Ing. CHIMICA, ELETTRONICA, INFORMATICA, AMBIENTE 07/11/2005 ore 9.30

- 1 - Si consideri il sistema lineare avente la matrice dei coefficienti $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & -6 \end{bmatrix}$

e colonna dei termini noti tale che la soluzione sia $\underline{\alpha} = [1, 1, 1]^T$.

- a) - Si dica, motivando la risposta, se la matrice soddisfa le ipotesi per la fattorizzazione $A = LU$. Può essere comunque preferibile eseguire almeno una permutazione, spiegare perché.
- b) - Eseguire quindi la fattorizzazione numericamente più stabile, specificando ad ogni passo la matrice di permutazione o identità utilizzata. Utilizzare la fattorizzazione trovata per determinare la soluzione del sistema.
- c) - Scrivere le istruzioni MATLAB necessarie per eseguire il punto b).

- 2 - Sia dato il seguente problema del trasporto:
$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + 3x \frac{\partial u}{\partial x} = 0 & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, 0) = \exp(-x) & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

- a) - Determinare la soluzione del problema.
- b) - Se consideriamo $x \in [0, 2]$ invece che $x \in \mathbb{R}$, ed aggiungiamo la condizione sull'asse t facilmente ottenibile dal risultato del punto a), otteniamo un problema ai valori iniziali ed al contorno. Si calcoli col metodo upwind, la soluzione approssimata al livello $j=1$ di questo nuovo problema, utilizzando passo $h = 0.5$ ed il passo k coincidente col valore massimo per cui risulta $\alpha_i = \frac{3x_i k}{h} \leq 1$ in $x \in [0, 2]$. Si determini anche l'errore nei nodi e si dica, giustificando la risposta, se esso soddisfa le aspettative teoriche.