

PROVA d'ESAME
di ANALISI NUMERICA a.a. 2003/04
LABORATORIO di CALCOLO 02/12/2003

Si consideri il problema di Cauchy

$$\left\{ \begin{array}{l} y''(x) + \frac{x}{1+x^2} y'(x) - \frac{1}{1+x^2} y(x) = \frac{x^2}{1+x^2} \quad x \in (0, 2] \\ y(0) = 1 \quad y'(0) = -\frac{\sqrt{5}}{6} \end{array} \right.$$

1 - Si verifichi che la soluzione esatta del problema è la funzione:

$$y(x) = -\frac{\sqrt{5}}{6}x + \frac{1}{3}(1+x^2)^{1/2} + \frac{1}{3}(2+x^2).$$

2 - Si costruisca un file MATLAB: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:

- faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
- permetta di dare in input il valore di x_{\max} ed il numero di sottointervalli della partizione;
- calcoli la soluzione approssimata utilizzando i metodi di Heun con partizioni di $N_1 = 10$, $N_2 = 20$ sottointervalli;
- valuti l'errore nei nodi x_i che coincidono nei due casi;
- faccia visualizzare una tabella riassuntiva che riporti:

Intestazione: X soluzione1 soluzione2 errore1 errore2 ;
utilizzando i seguenti formati di stampa:

2 cifre decimali e formato virgola fissa per i valori delle ascisse dei nodi;

6 cifre decimali e formato virgola fissa per le soluzioni 1 e 2;

2 cifre decimali e formato esponenziale per gli errori assoluti 1 e 2.

3 - Si commentino i risultati ottenuti verificando in particolare, se gli errori sono coerenti con la teoria.