

# PROVA SCRITTA di ANALISI NUMERICA LABORATORIO di CALCOLO 08/09/2003

Si consideri il seguente modello predatore-preda di Lotka-Volterra:

$$\begin{cases} \dot{P} = \alpha P + \beta PQ \\ \dot{Q} = \gamma Q + \delta PQ \end{cases} \quad \begin{array}{l} P=P(t) \text{ numero di prede} \\ Q=Q(t) \text{ numero dei predatori} \end{array}$$

e valori dei parametri:  $\alpha = 2$ ,  $\gamma = -1$ ,  $\beta = -\delta = -0.001$  (valori relativi al caso  $Q=\text{volpi}$ - $P=\text{conigli}$ ), e per i seguenti dati iniziali: a)  $P(0)=300$ ,  $Q(0)=150$ ; b)  $P(0)=15$ ,  $Q(0)=22$ .

1. Si costruisca un file MATLAB: `Cognome_nome_studente_matricola.m` che una volta avviato:

- faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
- permetta di introdurre i valori  $t_0=0$ ,  $t_{\max}=10$ ,  $N=100$ ;
- risolva i problemi a) e b) con i metodi di Runge-Kutta espliciti di ordine 2 e 4;
- faccia visualizzare una tabella riassuntiva per ciascun problema, che riporti ogni cinque passi di calcolo e su ogni riga: i nodi  $t_i$  ed i corrispondenti valori di  $P_i, Q_i$  ottenuti dai due metodi, con i seguenti formati di stampa:  
2 cifre decimali e formato virgola fissa per il valore dell'iterata;  
10 cifre decimali e formato esponenziale per i valori di  $P_i, Q_i$ ;
- contenga le istruzioni MATLAB relative al seguente punto 2.

2. Utilizzando il comando `subplot`, si disegnano 4 figure, corredate di titolo e label, nelle prime due si riportino i grafici delle approssimazioni di  $P(t)$ ,  $Q(t)$  (sulla stessa figura) ottenute applicando RK4 nei casi a), b); nelle rimanenti due si disegnano le orbite nel piano delle fasi  $PQ$  relative rispettivamente ai casi a), b) ed ottenute applicando RK4.

3. Si enunci il Teorema di esistenza ed unicit  della soluzione del problema dato, fornendo le condizioni sufficienti affinche sia verificato.