

II PROVA PARZIALE di ANALISI NUMERICA

Laboratorio di Calcolo 19/06/2003 ore 15.00

I° esercizio

Sia dato il seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} f_1(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ f_2(x, y) = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + y^3 = 0 \end{cases}$$

1. Utilizzando **MATLAB** si individui l'intorno D contenente la soluzione di ascissa positiva ed ordinata negativa. Il sistema ammette un'altra soluzione, esaminando le funzioni che compongono il sistema, si dica quali devono essere le sue coordinate.
2. Si stabilisca se in tale intorno sono verificate le ipotesi per poter applicare il metodo di **Newton**.
3. Si costruisca un file **MATLAB** dal nome '**Cognome_studente_matricola.m**' che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati dello studente e una breve presentazione del problema;
 - consenta l'inserimento da tastiera del dato di input $\mathbf{x0} = [0.3, -0.6]$;
 - risolva numericamente il problema assegnato applicando il metodo di **Newton** assumendo $\mathit{toll} = 1e-10$ e $\mathit{nmax} = 15$;
 - faccia visualizzare una tabella riassuntiva contenente, nella prima colonna il vettore delle iterate, nella seconda e terza le colonne della matrice contenente le approssimazioni di x ed y , nella quarta il vettore xdiff e nella quinta il vettore fx utilizzando il seguente formato di stampa:
2 cifre intere per il vettore contenente le iterate;
12 cifre decimali e formato virgola fissa per la matrice contenente le componenti x, y della soluzione approssimata;
2 cifre decimali e formato esponenziale per i vettori xdiff e fx .
4. Commentare i risultati ottenuti.
5. Dato un insieme di nodi $\{x_i\}$, e di dati $\{f_i\}$, $i = 0, 1, \dots, n$, $n = 6$, si vuole costruire il polinomio interpolante di 3° grado che interpola i nodi x_0, x_1, x_2, x_3 . Quale è l'espressione secondo Lagrange? Sapendo che la funzione da cui sono stati determinati i dati è derivabile quanto necessario, quale è l'espressione dell'errore di troncamento in un punto x diverso dai nodi che sfrutti la derivata?

II PROVA PARZIALE di ANALISI NUMERICA

Laboratorio di Calcolo 19/06/2003 ore 15.00

II° esercizio

Sia dato il seguente problema di Cauchy del primo ordine

$$\begin{cases} y'(t) = 1 - y^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}, \quad t \in [t_0, t_{\max}] = [0, 1].$$

1. Si verifichi che la funzione $y(t) = \frac{\exp(2t) - 1}{\exp(2t) + 1}$ è soluzione del problema assegnato.
2. Si costruisca un file **MATLAB** dal nome 'Cognome_studente_matricola.m' che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati dello studente e una breve presentazione del problema;
 - consenta l'inserimento da tastiera del dato di input *tmax* da utilizzarsi nei metodi richiesti al punto seguente;
 - risolva numericamente il problema assegnato applicando i metodi di **Eulero implicito** e di **Heun**, suddividendo l'intervallo $[t_0, t_{\max}]$ in **100** sottointervalli;
 - calcoli gli errori assoluti sulla soluzione, ottenuta con i due metodi, in ogni nodo;
 - faccia visualizzare una tabella riassuntiva contenente, nella prima colonna il vettore dei nodi, nella seconda e terza il vettore della soluzione approssimata ottenuta con **Eulero implicito** e quello della soluzione ottenuta con **Heun** nella quarta e quinta rispettivamente i vettori degli errori assoluti sulla soluzione prodotti dai due metodi, stampando i risultati ogni 10 passi e utilizzando il seguente formato di stampa:

4 cifre decimali e virgola fissa, per il vettore contenente i nodi;
8 cifre decimali e formato esponenziale per i vettori contenenti le soluzioni approssimate dei due metodi;
2 cifre decimali e formato esponenziale per ciascuno dei vettori contenenti l'errore assoluto.
3. Si commentino i risultati ottenuti dicendo se gli errori dei due metodi rispettano la teoria.
4. Dato un insieme di nodi $\{x_i\}$, e di dati $\{f_i\}$, $i = 0, 1, \dots, n$, $n = 4$, si vuole costruire il polinomio di 2° grado che interpola alcuni nodi (quanti?) con il metodo delle differenze divise. Quale è la sua espressione? Quale function **MATLAB** si può utilizzare allo scopo, come si richiama e cosa fornisce?