

II PROVA PARZIALE di ANALISI NUMERICA

Laboratorio di Calcolo 20/06/2003 ore 14.30

I° esercizio

Sia dato il seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} f_1(x, y) = -\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + y - 1 = 0 \\ f_2(x, y) = -\sin(x) + y - 1 = 0 \end{cases}$$

1. Utilizzando **MATLAB** si individuino gli intorno delle soluzioni contenute in $D = [0, \pi] \times [0, 2]$.
2. Considerando un'opportuna restrizione di D , si stabilisca, motivando la risposta se in tale restrizione le funzioni

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \sqrt{y-1} = g_1(x, y) \\ y = \sin(x) + 1 = g_2(x, y) \end{cases}$$

sono adatte per applicare il metodo del **punto fisso** per determinare la seconda di tali soluzioni.

3. Si costruisca un file **MATLAB** dal nome '**Cognome_studente_matricola.m**' che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati dello studente e una breve presentazione del problema;
 - consenta l'inserimento da tastiera del dato di input $x_0 = [2.1, 7/4]$;
 - risolva numericamente il problema assegnato applicando il metodo di **punto fisso in serie** assumendo $toll=1e-8$ e $nmax = 25$;
 - faccia visualizzare una tabella riassuntiva contenente, nella prima colonna il vettore delle iterate, nella seconda e terza le colonne della matrice contenente le approssimazioni di x ed y , nella quarta il vettore $xdiff$ e nella quinta il vettore fx utilizzando il seguente formato di stampa:

2 cifre intere per il vettore contenente le iterate;
10 cifre decimali e formato virgola fissa per la matrice contenente le componenti x, y della soluzione approssimata;
3 cifre decimali e formato esponenziale per i vettori $xdiff$ e fx .
4. Dato un insieme di nodi $\{x_i\}$, e di dati $\{f_i\}$, $i = 0, 1, \dots, n$, $n = 4$, si vuole costruire il polinomio interpolante tali dati. Qual'è il suo grado? Quale la sua espressione secondo Newton? Se aggiungiamo un nodo x_{n+1} ed il dato f_{n+1} , quale espressione si può dare per stimare l'errore di troncamento in un punto x diverso dai nodi?

II PROVA PARZIALE di ANALISI NUMERICA

Laboratorio di Calcolo 20/06/2003 ore 14.30

II° esercizio

Sia dato il seguente problema di Cauchy del primo ordine

$$\begin{cases} y'(t) = y(t)(1 - y^2(t)) \\ y(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}, t \in [t_0, t_{\max}] = [0, 4].$$

1. Si verifichi che la funzione $y(t) = \frac{\exp(t)}{\sqrt{1 + \exp(2t)}}$ è soluzione del problema assegnato.
2. Si costruisca un file **MATLAB** dal nome ‘**Cognome_studente_matricola.m**’ che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati dello studente e una breve presentazione del problema;
 - consenta l’inserimento da tastiera del dato di input **tmax** da utilizzarsi nei metodi richiesti al punto seguente;
 - risolva numericamente il problema assegnato applicando i metodi di **Heun** e di **Runge-Kutta4**, suddividendo l’intervallo **[t0, tmax]** in **200** sottointervalli;
 - calcoli gli errori assoluti sulla soluzione, ottenuta con i due metodi, in ogni nodo;
 - faccia visualizzare una tabella riassuntiva contenente, nella prima colonna il vettore dei nodi, nella seconda e terza il vettore della soluzione approssimata ottenuta con **Heun** e quello della soluzione ottenuta con **RK4**, nella quarta e quinta rispettivamente i vettori degli errori assoluti sulla soluzione prodotti dai due metodi, stampando i risultati ogni **20** passi e utilizzando il seguente formato di stampa:

4 cifre decimali e virgola fissa, per il vettore contenente i nodi;
12 cifre decimali e formato esponenziale per i vettori contenenti le soluzioni approssimate dei due metodi;
2 cifre decimali e formato esponenziale per ciascuno dei vettori contenenti l’errore assoluto.
3. Si commentino i risultati ottenuti, verificando se gli errori dei due metodi rispettano la teoria.
4. Dato un insieme di nodi $\{x_i\}$, e di dati $\{f_i\}$, $i = 0, 1, \dots, n$, $n = 6$, si vuole costruire il polinomio di 4° grado che interpola alcuni nodi (quanti?) con il metodo delle differenze divise. Quale è la sua espressione? Quale function **MATLAB** si può utilizzare allo scopo, come si richiama e cosa fornisce?