

SECONDA PROVA PARZIALE
di Metodi Numerici per l'Ingegneria a.a. 2004/05
30/11/2004 ore 8.30

1-Si consideri il seguente problema alle derivate parziali:

$$\begin{cases} -\Delta u + (x^2 + y^2)u = 0 & x \in (0,1), y \in (0,1) \\ u(x,0) = 1, \quad u(1,y) = e^{-y}, \quad u(x,1) = e^{-x}, \quad u(0,y) = 1. \end{cases}$$

a - Dopo aver verificato a quale classe appartiene il problema proposto, si stabilisca, motivando la risposta, cosa rappresenta la funzione

$$U(x, y) = e^{-xy}.$$

b - Si costruisca un file MATLAB: `Cognome_nome_studente.m` che, una volta avviato:

- faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;**
- utilizzando il metodo alle differenze finite, con stessa spaziatura lungo x e lungo y , si calcoli, sui punti dei reticoli corrispondenti ai due passi $h_1=1/4$ e $h_2=1/8$, la soluzione approssimata e l'errore assoluto;**
- faccia visualizzare la matrice della soluzione approssimata e il corrispondente errore assoluto massimo, per i due valori di h , utilizzando i seguenti formati di stampa:**
 - 6 cifre decimali e formato virgola fissa per i valori della soluzione,**
 - 2 cifre decimali e formato esponenziale per l'errore assoluto max.**

c - In un'unica finestra grafica si riportino, utilizzando il comando subplot, 20 curve di livello della soluzione approssimata e dell'errore nei due casi; si corredi ogni figura di label per gli assi, intestazione contenente la specifica del passo utilizzato e barra relativa ai colori dei livelli.

d - Si commentino i risultati verificando, in particolare, se soddisfano le aspettative teoriche.

2. Determinare lo spettro della seguente sequenza di 32 valori:

$y = [0 \quad 0.2996 \quad 0.3536 \quad 0.2006 \quad 0.1000 \quad 0.2006 \quad 0.3536 \quad 0.2996 \dots$
 $0 \quad -0.2996 \quad -0.3536 \quad -0.2006 \quad -0.1000 \quad -0.2006 \quad -0.3536 \quad -0.2996 \dots$
 $0 \quad 0.2996 \quad 0.3536 \quad 0.2006 \quad 0.1000 \quad 0.2006 \quad 0.3536 \quad 0.2996 \dots$
 $0 \quad -0.2996 \quad -0.3536 \quad -0.2006 \quad -0.1000 \quad -0.2006 \quad -0.3536 \quad -0.2996]$

acquisiti in 1 secondo; riportare, utilizzando il comando subplot, l'andamento nel tempo di y e lo spettro con il comando bar.

a - Effettuare una ricostruzione "continua" del segnale come somma di funzioni armoniche valutata negli istanti di tempo t ottenuti partizionando l'intervallo $[0,1]$ in 84 punti. Quante sono le armoniche che ricostruiscono il segnale?

b - Confrontare lo spettro ottenuto al punto 1 con quello che si ottiene dalla sequenza di 84 valori campionati in 1 secondo della funzione:

$$y_v(t) = 0.3 * \sin(2\pi f_1 t) + 0.2 * \sin(2\pi f_2 t)$$

dove $f_1=2$ e $f_2=6$. Riportare, utilizzando il comando subplot, l'andamento nel tempo di y_v e lo spettro con il comando bar.

c - Sulla stessa figura riportare l'andamento nel tempo di y_v e della soluzione ottenuta al punto a con tratto continuo, e di y con 'o', corredando il grafico con titolo legenda e etichette.

d - Commentare i risultati.