PRIMA PROVA PARZIALE
di
Metodi Numerici per l'Ingegneria a.a. 2005/06
27/10/2005 ore 8.30

A - **Si consideri il seguente problema differenziale ai limiti:**

$$\begin{cases} \left(1+x^2\right)z''+xz'-z=x^2 & x\in(0,2) \\ z(0)=1 \qquad z'(2)=(8\sqrt{5}-1)/6\sqrt{5}. \end{cases}$$

1 - **Si verifichi che la funzione** $z(x)=-\frac{\sqrt{5}}{6}x+\frac{1}{3}(1+x^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{3}(2+x^2)$ **è soluzione del problema proposto e si dica, motivando la risposta, se essa è unica.**

2 - **Si costruisca un file MATLAB: Cognome_studente_matricola.m che, una volta avviato:**

- **faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;**
- **determini la soluzione approssimata utilizzando il metodo alle differenze finite ed il metodo dello shooting+interpolazione considerando N=100 e N=200 intervalli per entrambi i metodi;**
- **valuti l'errore assoluto nei nodi, per i due metodi;**
- **faccia visualizzare due tabelle riassuntive (una per ogni metodo) in cui si riporti:**
  intestazione: *x* soluzione1 soluzione2 errore1 errore2;
  ogni 10 nodi, i punti x_i, le soluzioni approssimate nei due casi ed i corrispondenti errori assoluti, utilizzando i seguenti formati di stampa:
  - **3 cifre decimali e formato virgola fissa per i valori dei nodi,**
  - **10 cifre decimali e virgola fissa per le soluzioni nei due casi,**
  - **2 cifre decimali e formato floating point per gli errori.**

3 - **Si eseguano due figure, una per N=100 ed una per N=200; in ognuna si utilizzi il comando subplot che esegua due finestre su una riga (una per ogni metodo). Si riporti nella prima finestra grafica, la soluzione approssimata con il metodo alle differenze finite (color rosso e linea punto) e la soluzione vera (color verde e linea continua); nella seconda finestra si riporti la soluzione approssimata e la soluzione vera con le caratteristiche del caso precedente. Si corredino le figure di label, titolo con la specifica del metodo e legenda.**

4 - **Si commentino i risultati e si specifichi se essi soddisfano la aspettative teoriche.**

B - **Si determini la soluzione del seguente problema del trasporto:**

$$\begin{cases} u_t+(x+1)^2u_x=0 & x\in\mathbb{R}, t>0 \\ u(x,0)=\exp(-2(x-2)) & x\in\mathbb{R} \end{cases}$$

e si verifichi che essa è la soluzione del problema ai valori iniziali ed al contorno:

$$\begin{cases} u_t+(x+1)^2u_x=0 & x\in(0,5], t>0 \\ u(x,0)=\exp(-2(x-2)) & x\in[0,5] \\ u(0,t)=\exp\left(-2\left(\frac{1}{1+t}-3\right)\right) & x=0,\ t\geq 0. \end{cases}$$