

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU)

2 Parte 13.1.2015

n.matricola

nome.....

Esercizio 1 Calcolare i seguenti integrali

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(2x) dx; \quad \int_0^1 e^{-x} |2x - 1| dx; \quad \int \frac{2x}{x^2 + 2x - 3} dx$$

Esercizio 2 Dati i seguenti integrali generalizzati

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 \log(x+1)}; \quad \int_{-1}^1 \frac{2}{(\sin x)^{\frac{1}{3}}} dx$$

a stabilirne la convergenza;

b calcolarne se è possibile il valore (*facoltativo*).

Esercizio 3 Stabilire per quali valori del parametro reale positivo α l'integrale generalizzato

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-2/x}}{x^\alpha (2 + x^\alpha)} dx$$

converge.

Esercizio 4 Date le serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(\frac{n^4}{n^4 + 3n}\right); \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n} - 1}{n + 2}$$

a stabilire se convergono semplicemente;

b stabilire se convergono assolutamente.

Esercizio 5 Data l'equazione differenziale

$$y' = (1 + y)x^2$$

a determinare tutte le soluzioni dell'equazione;

b risolvere il problema di Cauchy per l'equazione precedente con $y(0) = 1$;

c precisare qual'è il più ampio intervallo su cui la soluzione del problema di Cauchy è definita.

Esercizio 6 Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 3y' + 2y = xe^{-2x}$$