ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU)

Seconda Parte 25.01.2016

n. matricola ....

cognome..

nome...

1) Studiare la convergenza delle seguenti serie, precisando il criterio utilizzato

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \ln\left\{\frac{n^3}{n^3-3n+3}\right\} \qquad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+1+3^n}{n^2+(n+1)!}$$

2) Calcolare i seguenti integrali

$$\int_0^{\pi/2} x^2\cos(2x)dx \qquad \int \frac{2+3x+x^2}{x(x^2+1)}dx$$

3) Stabilire la convergenza dei seguenti integrali generalizzati

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+x^3}} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+3x^2}\,dx$$

4) Se f e' derivabile due volte in $[a,b]$ e $f(a)=f(b)=0$, mostrare che

$$\int_a^b (x-a)(b-x)f''(x)dx = -2\int_a^b f(x)dx$$

(*Suggerimento:* utilizzare l'integrazione per parti)

5) Data L'equazione differenziale $\qquad y' = \dfrac{2-2t}{2-2t+t^2}y + \dfrac{1}{(t-1)(2-2t+t^2)}$

a. determinare tutte le soluzioni dell'equazione;
b. risolvere il problema di Cauchy con $y(0)=0$;
c. precisare quale e' il piu' grande intervallo su cui la soluzione del problema di Cauchy e' definita.

6) Data L'equazione differenziale $\qquad y' + \tan x \cdot y = 3\sin x$

a. determinare tutte le soluzioni dell'equazione;
b. risolvere il problema di Cauchy con $y(\pi)=1$;
c. precisare quale e' il piu' grande intervallo su cui la soluzione del problema di Cauchy e' definita.

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU)

Seconda Parte 25.01.2016

n. matricola ....

cognome...

nome..

1) Studiare la convergenza delle seguenti serie, precisando il criterio utilizzato

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(\frac{n^4}{n^4+5n^2-1}\right) \qquad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+5^n}{n^3+n!}$$

2) Calcolare i seguenti integrali

$$\int_1^e x^2(\ln x)^3 dx \qquad \int \frac{x^3+2}{x^3-x}dx$$

3) Stabilire la convergenza dei seguenti integrali generalizzati

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+x^2+x^3}} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{4+x^2}\ dx$$

4) Se f e g sono funzioni con derivate seconde continue nell'intervallo $[a,b]$ e se $f(a) = f(b) = g(a) = g(b) = 0$, mostrare che

$$\int_a^b f(x)g''(x)dx = \int_a^b f''(x)g(x)dx$$

(*Suggerimento:* utilizzare l'integrazione per parti)

5) Data L'equazione differenziale $\qquad y' = -\dfrac{2(t+1)}{t^2+2t+2}y + \dfrac{1}{(t+1)(t^2+2t+2)}$

a. determinare tutte le soluzioni dell'equazione;
b. risolvere il problema di Cauchy con $y(-2) = 0$;
c. precisare quale e' il piu' grande intervallo su cui la soluzione del problema di Cauchy e' definita.

6) Data L'equazione differenziale $\qquad \dfrac{y'}{\cos x} + \dfrac{y}{\sin x} = 3$

a. determinare tutte le soluzioni dell'equazione;
b. risolvere il problema di Cauchy con $y(-\pi/2) = 1$;
c. precisare quale e' il piu' grande intervallo su cui la soluzione del problema di Cauchy e' definita.