

ANALISI MATEMATICA 1 (9CFU)

2 Parte 11.1.2016

n.matricola

nome.....

Esercizio 1 Studiare la convergenza delle seguenti serie, precisando il criterio utilizzato

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{n+1}{3-n^2}} - e^{\frac{1}{n}}) \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} (n+3) \sin\left(\frac{1}{n^4}\right)$$

Esercizio 2 Calcolare i seguenti integrali

$$a) \int x^2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx \quad b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3 \cos x}{4 + \cos^2 x} dx$$

Esercizio 3 Dati i seguenti integrali generalizzati

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\sinh 2x}{x^{\frac{3}{2}} \sqrt{3-x^2}} dx \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x + 1}{3x + e^{3x}} dx$$

stabilirne la convergenza;

Esercizio 4 Data la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{2t}}{t^{\frac{2}{3}} l} dt$$

a determinare l'insieme di definizione;

b stabilire se è continua, derivabile, determinando eventuali punti di discontinuità e derivabilità;

c tracciarne il grafico.

Esercizio 5 Si consideri l'equazione differenziale del prim'ordine

$$2xy' - 2y + y^2 = 0$$

a determinare tutte le soluzioni dell'equazione;

b risolvere il problema di Cauchy con la condizione iniziale $y(1) = 1$, e precisare il più ampio intervallo in cui la soluzione è definita.

Esercizio 6 Data l'equazione differenziale

$$y' + 2xy = 2x \sin(x^2)$$

a determinare l'integrale generale;

b risolvere il problema di Cauchy con la condizione iniziale $y(0) = 1$.