(5)

6) (*) $\frac{y'}{\cos x} + \frac{y}{\sin x} = 3$ $\quad \cos x \neq 0$, $\operatorname{sen} x \neq 0$ $\quad x \neq \pm k\frac{\pi}{2}$ $k = 0, 1, 2, \dots$

Per $x \in D$ posso scrivere $\quad D = \{x \in \mathbb{R} : x \neq \pm k\pi/2\}$

(**) $y' + (\operatorname{ctg} x) y = 3\cos x \qquad a(x) = \operatorname{ctg} x \quad f(x) = 3\cos x$

$$A(x) = \int \operatorname{ctg} x \, dx = \lg|\operatorname{sen} x|$$

$$\int f(x) e^{A(x)} dx = \int 3\cos x \, e^{\lg|\operatorname{sen} x|} dx =$$

$$= \int 3\cos x |\operatorname{sen} x| \, dx = -\frac{3}{2}\cos^2 x \operatorname{sgn}(\operatorname{sen} x)$$

dove $\operatorname{sgn}(\operatorname{sen} x) = \begin{cases} 1 & \text{se } \operatorname{sen} x > 0 \\ -1 & \text{se } \operatorname{sen} x < 0 \end{cases}$

$$y(x) = e^{-A(x)}\left(C + \int f(x) e^{A(x)} dx\right)$$

la soluzione generale

$$y(x) = \frac{1}{|\operatorname{sen} x|}\left(C - \frac{3}{2}\cos^2 x \operatorname{sgn}(\operatorname{sen} x)\right) = \frac{C}{|\operatorname{sen} x|} - \frac{3}{2}\frac{\cos^2 x}{\operatorname{sen} x}$$

$y(-\frac{\pi}{2}) = 1 \qquad$ in $x = -\pi/2$ la soluzione non è definita in quanto non esiste l'eq. di partenza (*)

è definita però la soluzione dell' eq. (**)

$$1 = C \qquad y(x) = \frac{1}{|\operatorname{sen} x|} - \frac{3}{2}\frac{\cos^2 x}{\operatorname{sen} x}$$

definita per $x \in (-\pi, 0)$