Es. 3

a) $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\sinh x}{x^{3/2}\sqrt{3-x^2}}\,dx$ $\qquad f(x)=\dfrac{\sinh x}{x^{3/2}\sqrt{3-x^2}}$ $\qquad \sinh x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$

$\sinh x \underset{x\to 0}{\sim} x$

La funzione integranda è continua in $(0,\sqrt{3})$ e diverge per $x\to 0^+$ e $x\to\sqrt{3}^-$

Per $x\to 0^+$ $\qquad f(x)\underset{x\to 0^+}{\sim}\dfrac{x}{x^{3/2}\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}\,x^{1/2}}$ che è integrabile

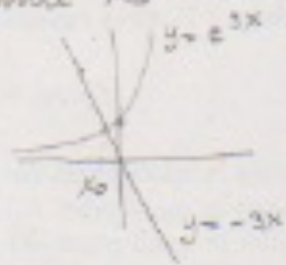
$\Rightarrow$ $f(x)$ è integrabile in un intorno di 0 (confronto asintotico)

Per $x\to\sqrt{3}^-$ $\qquad f(x)\underset{x\to\sqrt{3}^-}{\sim}\dfrac{\sinh\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^{3/2}(2\sqrt{3})^{1/2}(\sqrt{3}-x)^{1/2}}=\dfrac{\sinh\sqrt{3}}{3\sqrt{2}\,(\sqrt{3}-x)^{1/2}}$

che è integrabile in un intorno di $\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ $f(x)$ è integrabile in un intorno di $\sqrt{3}$ (confronto asintotico)

$\Rightarrow$ L'integrale generalizzato è convergente per il criterio del confronto asintotico.

b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^x+1}{3x+e^{3x}}\,dx$ $\qquad f(x)=\dfrac{e^x+1}{3x+e^{3x}}$ è continua in tutto $\mathbb{R}$ tranne x_0 soluzione dell'eq $\quad 3x+e^{3x}=0 \quad e^{3x}=-3x$



Devo studiare il comportamento della funzione in un intorno di x_0, dato che il numeratore è regolare studio il denominatore

$g(x)=3x+e^{3x}$ $\qquad g(x_0)=0$ $\qquad g(x)=g'(x_0)(x-x_0)+o((x-x_0))$

$g'(x)=3+3e^{3x}$ $\qquad g'(x_0)=3+3e^{3x_0}\neq 0$

$f(x)\underset{x\to x_0}{\sim}\dfrac{e^{x_0}+1}{g'(x_0)(x-x_0)}$ che non è integrabile in un intorno di x_0 $\Rightarrow$ l'integrale generalizzato non converge.