

Es. 4

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{2t}}{t^{2/3}} dt \quad f(x) = \frac{e^{2x}}{x^{2/3}}$$

$f(x)$ è continua $\forall x \neq 0$ $f(x) \sim \frac{1}{x^{2/3}}$ integrale in senso
mitorno di $x=0$

$\Rightarrow F(x)$ è definita $\forall x \in \mathbb{R}$. Inoltre

$F(x)$ è continua per ogni $x \in \mathbb{R}$, derivabile $\forall x \neq 0$

$$F'(x) = f(x) = \frac{e^{2x}}{x^{2/3}} > 0 \quad \forall x \neq 0$$

$\lim_{x \rightarrow 0} F'(x) = +\infty \quad \Rightarrow \quad x=0$ è una tangente verticale crescente

$$F''(x) = \frac{2e^{2x}}{x^{4/3}} - \frac{2}{3} \frac{e^{2x}}{x^{5/3}} = \frac{2e^{2x}}{x^{2/3}} \left(1 - \frac{1}{3}x \right) > 0 \quad \text{se } x > \frac{1}{3}$$

$x=\frac{1}{3}$ punto a tangente orizzontale

$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$ crescente senza limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \int_0^{-\infty} \frac{e^{2t}}{t^{2/3}} dt = \int_{-\infty}^0 \frac{e^{2t}}{t^{2/3}} dt = c < 0 \quad \text{l'integrale è convergente}$$

