Es. 5

$$2xy' - 2y + y^2 = 0$$

$$2xy' = 2y - y^2$$

Se $x=0$ le soluzioni sono $y=0$, $y=2$

Sia $x \neq 0$ $\quad y' = \frac{2y-y^2}{2x} \quad a(x) = \frac{1}{2x} \quad b(y) = 2y - y^2$

$y=0$, $y=2$ sono le due soluzioni costanti dell'equazione

Sia $y \neq 0$ $y \neq 2$

$$\frac{y'}{2y-y^2} = \frac{1}{2x} \qquad \int \frac{dy}{2y-y^2} = \int \frac{dx}{2x}$$

$$\frac{1}{2y-y^2} = \frac{1}{y(2-y)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{2-y}\right)$$

$$\int \frac{dy}{2y-y^2} = \frac{1}{2}\int \frac{dy}{y} + \frac{1}{2}\int \frac{1}{2-y} = \frac{1}{2} \lg \frac{|y|}{|2-y|}$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}} \lg \frac{|y|}{|2-y|} = \cancel{\frac{1}{2}}\left(\lg|x| + c\right) \Rightarrow$$

$$\frac{|y|}{|2-y|} = c|x| \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{2-y} = cx \qquad y = cx(2-y)$$

$y = \frac{2cx}{1+cx}$ integrale generale

$y(1) = 1 \iff 1 = \frac{2c}{1+c} \qquad 1+c = 2c \qquad c = 1$

Sol. pb di Cauchy $\quad y(x) = \frac{2x}{1+x} \qquad x \neq -1$

Il più ampio intervallo in cui è definita la soluzione è

$(0, +\infty)$