Es. 4

$f(x,y) = 2|x| \lg(1+3y)$

Dominio $\quad y > -\frac{1}{3} \quad \Rightarrow D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > -\frac{1}{3} \right\}$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{cases} 2 \lg(1+3y) & x > 0 \\ -2 \lg(1+3y) & x < 0 \end{cases} \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2|x|}{1+3y} \cdot 3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{d}{dx} f(x,0) \Big|_{x=0} = 0$$

La derivata parziale fatta rispetto ad x non è continua in $x=0 \ y \neq 0 \Rightarrow$ per $x=0 \ y \neq 0$ la funzione non è differenziabile

$$\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$$

Studiamo la differenziabilità in $(0,0)$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2|x| \lg(1+3y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\left| \frac{2|x| \lg(1+3y)}{\sqrt{x^2+y^2}} \right| \leq |2 \lg(1+3y)| \xrightarrow[y \to 0]{} 0$$

$\Rightarrow$ la funzione è differenziabile in $(0,0)$

$\Rightarrow$ ~~Rè diff~~ Le derivate parziali sono continue in

$E = D \setminus \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = 0 \}$

$\Rightarrow$ La funzione è differenziabile in $E \cup \{(0,0)\}$

Piano tg in $(0,0) \Rightarrow z = 0$