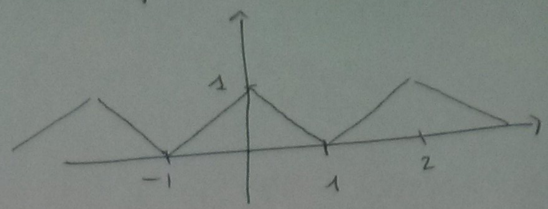
Es 6 f periodica $T=2$ pari tale che (5)

$f(x) = 1-x$



$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$

funzione pari $\Rightarrow b_k = 0 \quad \forall k = 1, 2, \dots$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(x)\,dx = 2 \int_0^1 (1-x)\,dx = 1$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cos(k\omega x)\,dx = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \cos(k\omega x)\,dx$$

$$= 2 \cdot \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(x) \cos(k\omega x)\,dx = 2 \int_0^1 (1-x) \cos(k\omega x)\,dx$$

$$= \frac{2}{(k\pi)^2} \left((-1)^k - 1\right)$$

$$f \sim \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{(k\pi)^2} \left((-1)^k - 1\right) \cos(k\pi x)$$

$$\left| \frac{2}{(k\pi)^2} \left((-1)^k - 1\right) \cos(k\pi x) \right| \leq \frac{4}{(k\pi)^2} \qquad \sum_k \frac{1}{k^2} \text{ converge}$$

$\Rightarrow$ la serie di Fourier converge totalmente

$\Rightarrow$ converge puntualmente.

f è continua e regolare a tratti converge ad $f(x)$ $\forall x \in [0, T]$

$f(0) = f(T) = 1$ però f non è di classe $C^1[0, T]$

non posso applicare il teorema di derivabilità termine a termine della serie di Fourier.