$\Rightarrow$ Le derivate parziali sono definite $\Rightarrow$ f è derivabile su tutto $\mathbb{R}^2$

Le derivate parziali sono continue su tutto $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

$\Rightarrow$ f è differenziabile su tutto $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

Studio la differenziabilità in $(0,0)$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y) - \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)\,x - \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)\,y}{\sqrt{x^2+y^2}} =$$

$$= \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(1-e^{-3\operatorname{sen}x})\,4y^2x\cos x}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$\left| (1-e^{-3\operatorname{sen}x}) \frac{4y^2 x \cos x}{(x^2+y^2)^{3/2}} \right| = |1-e^{-3\operatorname{sen}x}| \left|\frac{y^2}{x^2+y^2}\right| \frac{|x|}{\sqrt{x^2+y^2}} |4\cos x|$$

$$\leq 4\,|1-e^{-3\operatorname{sen}x}| \xrightarrow[x\to 0]{} 0 \quad \Rightarrow \quad f \text{ è differenziabile in } (0,0)$$

$z = 0$ piano tangente.