Es. 6 $\quad f(x) = x+1 \quad x \in [0, \pi]$

$$\left| \frac{e^{\sin 3x}-1}{(x^2+y^2)^{1/2}} \frac{4y^2x}{x^2+y^2} \right| \leq \frac{|e^{\sin 3x}-1|}{|x|} \cdot 4|x| \underset{x\to 0}{\longrightarrow} 0$$

perché $e^{\sin 3x}-1 \simeq \sin 3x \simeq 3x$ quando $x \to 0$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{|e^{\sin 3x}-1|}{|x|} = 3$$

$\Rightarrow$ la funzione è differenziabile.

$z=0$ piano tg nell'origine

Es. 5 $\quad \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lg(3+n)}{3^n+n^2+2^n} (x-3)^n$

$$a_n = \frac{\lg(3+n)}{3^n+n^2+2^n} \qquad x_0 = 3$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\lg(3+n+1)}{3^{n+1}+(n+1)^2+2^{n+1}} \cdot \frac{3^n+n^2+2^n}{\lg(3+n)} =$$

$$= \frac{\lg(3+n+1)}{\lg(3+n)} \cdot \frac{3^n+n^2+2^n}{3^{n+1}+(n+1)^2+2^{n+1}} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 1 \cdot \frac{1}{3}$$

$\Rightarrow R=3 \quad \Rightarrow$ convergenza assoluta per $x \in (0,6)$

$x=0 \quad \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lg(3+n)}{3^n+n^2+2^n} \cdot (-1)^n 3^n$ NON CONVERGE
non soddisfa C.N.

$x=6 \quad \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lg(3+n)}{3^n+n^2+2^n} 3^n$ NON CONVERGE
non soddisfa CN

La serie converge assolutamente e puntualmente $x \in (0,6)$
La serie converge totalmente $x \in [0+\delta, 6-\delta] \quad \delta \in (0,3)$