SCHEMA SOLUZIONE 2 PARTE 8.6.2015

Es. 1 $f(x,y) = x^4 e^{2y+1}$

$$D_v f(-1,0) = (-4e, 2e) \cdot (\cos\vartheta, \operatorname{sen}\vartheta) = -4e\cos\vartheta + 2e\operatorname{sen}\vartheta$$

f è il prodotto di funzioni elementari dunque è differenziabile su $\mathbb{R}^2$

$$\Rightarrow D_{\hat{v}} f(-1,0) = \nabla f(-1,0) \cdot \hat{v}$$

$\hat{v} = (\cos\vartheta, \operatorname{sen}\vartheta)$ versore in $\mathbb{R}^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 4x^3 e^{2y+1} \qquad \frac{\partial f}{\partial x}(-1,0) = -4e$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2x^4 e^{2y+1} \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(-1,0) = 2e$$

$D_{\hat{v}} f(-1,0)$ è max quando $\hat{v} \parallel \nabla f(-1,0)$

$$\Rightarrow \hat{v} = \frac{\nabla f(-1,0)}{|\nabla f(-1,0)|} = \frac{(-4e, 2e)}{\sqrt{16e^2 + 4e^2}} = \frac{(-4e, 2e)}{2e\sqrt{5}} = \frac{(-2, 1)}{\sqrt{5}}$$

$D_{\hat{v}} f(-1,0) = 0$ se $\hat{v} \perp \nabla f(-1,0)$ $\quad \hat{v} \cdot \nabla f(-1,0) = 0$

$$-4e v_1 + 2e v_2 = 0 \qquad \begin{cases} -2v_1 + v_2 = 0 \\ v_1^2 + v_2^2 = 1 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} v_2 = 2v_1 \\ v_1^2 + 4v_1^2 = 1 \quad v_1 = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \end{array}$$

$$\hat{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right) \qquad \hat{v} = \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$