Es. 2 $f(x,y) = x^2y^3 - x^2y^4 - x^3y^3$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 2xy^3 - 2xy^4 - 3x^2y^3 = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 3x^2y^2 - 4x^2y^3 - 3x^3y^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^3x(2 - 2y - 3x) = 0 \\ x^2y^2(3 - 4y - 3x) = 0 \end{cases} \qquad y = 0 \quad x = 0$$

$x \neq 0 \quad y \neq 0$

$$\begin{cases} 2 - 2y - 3x = 0 \\ 3 - 4y - 3x = 0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} -1 + 2y = 0 & y = 1/2 \\ 2 - 2\frac{1}{2} - 3x = 0 & x = 1/3 \end{matrix}$$

PTi critici sono $(1/3, 1/2)$ $x=0$ e $y=0$

$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2y^3 - 2y^4 - 6xy^3$ $\qquad \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6xy^2 - 8xy^3 - 9x^2y^2$

$\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6x^2y - 12x^2y^2 - 6x^3y$

$$\text{Hess}(1/3, 1/2) = \begin{pmatrix} 2 \cdot \frac{1}{8} - 2\frac{1}{16} - 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} & 6\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} - 8\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} - 9\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4} \\ \text{"} & 6\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} - 12\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} - 6\frac{1}{27} \cdot \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1/4 & -1/12 \\ -1/12 & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

$\det H > 0$ autovalori negativi

$-1/4 < 0$ $\Rightarrow$ è un max.

Sulle rette $x=0$ e $y=0$ la matrice hessiana non dà informazioni. Devo studiare il segno di Δf

$\Delta f(0,y) = f(x,y)$ $\Rightarrow$ devo studiare il segno di $f(x,y)$

$\Delta f(x,0) = f(x,y)$