⑥ $\vec{F} = \left(\frac{2x}{x^2+y^2} - \frac{2x}{(x^2+y^2)^2}, \frac{2y}{x^2+y^2} - \frac{2y}{(x^2+y^2)^2}\right) = (F_1, F_2)$

$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x,y) \neq (0,0)\} = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

$\nabla \wedge \vec{F} = \vec{k}\left(\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y}\right) = 0$ $\vec{F}$ è IRROTAZIONALE $\Rightarrow$ LOCALMENTE CONSERVATIVO

$\frac{\partial F_2}{\partial x} = -\frac{4xy}{(x^2+y^2)^2} + \frac{8xy}{(x^2+y^2)^3}$

$\frac{\partial F_1}{\partial y} = -\frac{4xy}{(x^2+y^2)^2} + \frac{8xy}{(x^2+y^2)^3}$

$\vec{F} = \nabla U \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} = F_1 \\ \frac{\partial U}{\partial y} = F_2 \end{cases}$

$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{2x}{x^2+y^2} - \frac{2x}{(x^2+y^2)^2} \Rightarrow U(x,y) = \lg(x^2+y^2) + \frac{1}{x^2+y^2} + g(y)$

$\frac{2y}{x^2+y^2} - \frac{2y}{x^2+y^2} + g'(y) = \frac{2y}{x^2+y^2} - \frac{2y}{(x^2+y^2)^2} \Rightarrow g'(y) = 0 \Rightarrow g(y) = c$

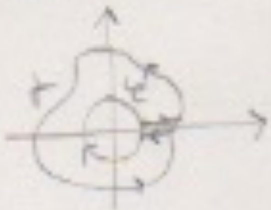
$\Rightarrow U(x,y) = \lg(x^2+y^2) + \frac{1}{x^2+y^2} + c$ U dipende solo dalla distanza di ogni pto dall'origine infatti se passo a coordinate polari $\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \end{cases} \Rightarrow U(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta) = \lg\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} + c = V(\rho)$

$\Rightarrow$ è costante sulle circonferenze centrate nell'origine $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ il lavoro di $\vec{F}$ su tali circonferenze (EQUIPOTENZIALI) è nullo $\int_{\mathcal{C}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

$\Rightarrow$ Qualunque curva semplice chiusa che contiene l'origine è equivalente ad una circonferenza $\mathcal{C}$ centrata nell'origine cioè

$\Rightarrow \int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r} = +\int_{\mathcal{C}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$



$\Rightarrow \vec{F}$ è globalmente conservativo: il lavoro è nullo su una qualunque curva semplice chiusa in $\mathbb{R}^2$