

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

Parziale 2.4.2014

n.matricola
Analisi 1

SI	NO
----	----

Geometria

SI	NO
----	----

OFA

SI	NO
----	----

Esercizio 1 Data l'equazione differenziale

$$y' = (1 - y)(3 - y)x$$

a determinarne tutte le soluzioni;

b risolvere il problema di Cauchy con condizione $y(0) = 4$ precisando il più ampio intervallo su cui è definita la soluzione del problema.

Esercizio 2 Data l'equazione differenziale

$$y'' - 5y' + 6y = 2x + e^{-x}$$

a determinare l'integrale generale;

b risolvere il problema di Cauchy con $y(0) = 1$ e $y'(0) = 2$.

Esercizio 3 Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2(nx)}{2 + 3n^2}$$

a stabilire se la serie converge totalmente in $[0, 2\pi]$;

b stabilire se la somma $S(x)$ della serie è una funzione continua in $[0, 2\pi]$ (o in quale intervallo lo è);

c stabilire se la serie delle derivate converge puntualmente in $[0, 2\pi]$ e se converge totalmente in $[0, 2\pi]$;

d in base ai punti precedenti, si può affermare che la serie è derivabile termine a termine?

Esercizio 4 Data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n + 1}{n^2 + 3} (2x)^n$$

a determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;

b studiare la convergenza totale.

Esercizio 5 Data la funzione 4-periodica

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{if } x \in [0, 2] \\ 2 + x & \text{if } x \in [-2, 0] \end{cases}$$

a calcolare i coefficienti di Fourier di f , $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$ e $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$, e scrivere la serie di Fourier associata;

b studiare la convergenza in media quadratica della serie di Fourier, scrivere l'uguaglianza di Parseval ed utilizzarla per calcolare la somma della serie numerica $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2)$;

c studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier;

d studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier.

Esercizio 6 Data la curva definita per $t \in [0, 2]$ dalle equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2t e^{-2t} \\ y = (t - 2)^2 e^{-2t} \end{cases}$$

a stabilire se la curva è: continua, chiusa;

b calcolare il vettore derivato e il suo modulo;

c stabilire se la curva è regolare precisando in caso contrario i punti non regolari.