

## ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

1 Parte 8.6.2015

Cognome.....

Nome.....

n.matricola .....

**Esercizio 1** Calcolare la lunghezza della curva di equazione cartesiana

$$y = \sqrt{3x^3} \quad x \in [0, 3]$$

**Esercizio 2** Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3xy}{x^2+y^2} [\sin(x^2 + y^2)]^\alpha & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$\alpha \in \mathbb{R}$ . Trovare i valori di  $\alpha$  per cui la funzione è continua in tutto il piano.

**Esercizio 3** Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log(y+1)}{x^2-1} \sqrt{2-y+(x-3)^2}$$

**a** determinare analiticamente l'insieme  $E$  di definizione;

**b** disegnarlo;

**c** stabilire se è aperto, chiuso, limitato, connesso.

**Esercizio 4** Data la funzione

$$f(x, y) = |2x| \log(1+3y)$$

**a** stabilire in quali punti del piano è continua;

**b** stabilire in quali punti del piano è derivabile, calcolando esplicitamente le derivate;

**c** stabilire in quali punti del piano è differenziabile;

**d** scrivere l'equazione del piano tangente nell'origine.

**Esercizio 5** Data la serie di potenze

$$\sum_n^{\infty} \frac{2+2n}{n^2+3n} \left(\frac{x-1}{3}\right)^n$$

**a** determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;

**b** studiare la convergenza totale, assoluta, puntuale.

**Esercizio 6** Data la funzione pari 2-periodica tale che

$$f(x) = 1 - x \quad x \in (0, 1]$$

**a** calcolare i coefficienti di Fourier di  $f$  e scrivere la serie di Fourier associata;

**b** studiare la convergenza puntuale e totale della serie di Fourier;

**c** studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier.