

# ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

1 PARTE 13.6.2016

Cognome.....  
Nome.....  
n.matricola .....

**Esercizio 1** Data l'equazione differenziale

$$y'' - y' + 2y = 2e^x \cos 3x$$

- a determinare una soluzione particolare;
- b determinare l'integrale generale;
- c risolvere il problema di Cauchy con le condizioni  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ ;

**Esercizio 2** Data la seguente curva piana

$$\vec{r}(t) = \left( \frac{2t}{1+t^2}, \frac{2t^3}{1+t^2} \right), \quad t \in \mathbb{R}$$

- a dimostrare che è una curva regolare a tratti, semplice, non chiusa;
- b provare che il sostegno della curva è in una striscia verticale del piano.

**Esercizio 3** Sia  $\gamma$  l'arco di spirale di Archimede di equazione polare  $\rho = 2\theta$ ,  $\theta \in [0, 4\pi]$ . Calcolare l'integrale di linea

$$\int_{\gamma} \theta \, ds$$

**Esercizio 4** Data la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2 + \sqrt{n}}{n^3 + 3} (x-1)^n$$

- a determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;
- b determinare gli intervalli di convergenza puntuale, assoluta e totale.

**Esercizio 5** Data la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\log n}{\sqrt{n} + 1} \cos(nx) \quad x \in [0, 2\pi]$$

- a studiarne la convergenza puntuale;
- b dire se è possibile affermare a priori che la somma della serie è continua e se la serie è derivabile termine a termine.
- c dire se può essere la serie di Fourier di una funzione limitata.

**Esercizio 6** Data la funzione 2-periodica  $f(x) = x^2 + 1$   $x \in [0, 1]$  prolungata pari.

- a calcolare i coefficienti di Fourier di  $f$ ,  $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$  e  $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$ , e scrivere la serie di Fourier associata;
- b studiare la convergenza in media quadratica e scrivere l'identità di Parseval;
- c studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier;
- d studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier e la velocità di convergenza a zero dei coefficienti.