

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

1 parte 15.7.2014

n.matricola

Cognome

Nome

Esercizio 1 Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{3x+1} \\ y(-\frac{2}{3}) = 1 \end{cases}$$

e precisare il piú ampio intervallo in cui è definita la soluzione.

Esercizio 2 Data l'equazione differenziale

$$y'' - 2y' + 5y = e^{-2x} \cos(x)$$

a determinare una soluzione particolare dell'equazione;

b determinare l'integrale generale;

Esercizio 3 Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n^2x)}{(1+2n^2)}$$

a determinare l'insieme dei punti in cui converge puntualmente;

b stabilire l'insieme di punti in cui la serie converge totalmente;

c stabilire l'insieme di punti in cui la somma della serie è continua;

d stabilire l'insieme di punti in cui è derivabile termine a termine.

Esercizio 4 Data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^{2n} + n} (x-1)^n$$

a determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;

b studiare la convergenza totale.

Esercizio 5 Data la funzione 4-periodica dispari

$$f(x) = 2 - x \quad x \in [0, 2]$$

a calcolare i coefficienti di Fourier di f , $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$ e $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$, e scrivere la serie di Fourier associata;

b studiare la convergenza in media quadratica della serie di Fourier, scrivere l'uguaglianza di Parseval ed utilizzarla per calcolare la somma della serie numerica $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2)$;

c studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier;

d studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier.

Esercizio 6 Si consideri la seguente curva piana

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{4t^2}{1+t^2}, \frac{4t^3}{1+t^2} \right) \quad t \in \mathbb{R}$$

a stabilire se la curva è: continua, chiusa;

b calcolare il vettore derivato e il suo modulo;

c stabilire se la curva è regolare precisando in caso contrario i punti non regolari.