

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

1 Parte 15.7.2015

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Esercizio 1 Sia γ l'arco di cicloide di equazioni parametriche per $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$$

calcolare l'integrale di linea:

$$\int_{\gamma} \sqrt{8y - 4y^2} ds$$

Esercizio 2 Calcolare il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{(x-2)^2(\cos(\pi x) - 1)}{(x-2)^2 + 3x^2(y-1)^2}$$

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log(y^2 + x^2 - 1)}{x^2 + 2} \frac{1}{\sqrt{2 - y + (x - 1)^2}}$$

a determinare analiticamente l'insieme E di definizione;

b disegnarlo;

c stabilire se è aperto, chiuso, limitato, connesso.

Esercizio 4 Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (1 - e^{-3 \sin x}) \frac{4y^2 x \cos x}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a stabilire in quali punti del piano è continua;

b stabilire in quali punti del piano è derivabile, calcolando esplicitamente le derivate;

c stabilire in quali punti del piano è differenziabile;

d scrivere l'equazione del piano tangente nell'origine.

Esercizio 5 Data la serie di potenze

$$\sum_n \frac{\log(1 + n^2)}{3^n + n^2 + 5^n} (x - 1)^n$$

a determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;

b studiare la convergenza totale, assoluta, puntuale.

Esercizio 6 Data la funzione pari 4-periodica tale che

$$f(x) = 2x + 1 \quad x \in [0, 2]$$

a calcolare i coefficienti di Fourier di f e scrivere la serie di Fourier associata;

b studiare la convergenza puntuale e totale della serie di Fourier;

c studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier.