

## ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

1 parte 16.9.2014

n.matricola .....

Cognome .....

Nome .....

**Esercizio 1** Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^3 \cos 2x \\ y(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \end{cases}$$

e precisare il piú ampio intervallo in cui è definita la soluzione.

**Esercizio 2** Data l'equazione differenziale

$$y'' + 6y' + 9y = 3xe^{-x}$$

**a** determinare una soluzione particolare dell'equazione;

**b** determinare l'integrale generale;

**Esercizio 3** Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(n^2 x)}{(1 + n^4)}$$

**a** determinare l'insieme dei punti in cui converge puntualmente;

**b** stabilire l'insieme di punti in cui la serie converge totalmente;

**c** stabilire l'insieme di punti in cui la somma della serie è continua;

**d** stabilire l'insieme di punti in cui è derivabile termine a termine.

**Esercizio 4** Data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n} + 2n^2} (x - 2)^n$$

**a** determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;

**b** studiare la convergenza totale.

**Esercizio 5** Data la funzione 2-periodica dispari

$$f(x) = 1 - x \quad x \in [0, 1]$$

**a** calcolare i coefficienti di Fourier di  $f$ ,  $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$  e  $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$ , e scrivere la serie di Fourier associata;

**b** studiare la convergenza in media quadratica della serie di Fourier, scrivere l'uguaglianza di Parseval ed utilizzarla per calcolare la somma della serie numerica  $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2)$ ;

**c** studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier;

**d** studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier.

**Esercizio 6** Si consideri la seguente curva

$$\vec{r}(t) = (t \sin t, t \cos t, t^2) \quad t \in [0, 2\pi]$$

**a** stabilire se la curva è: continua, chiusa;

**b** calcolare il vettore derivato e il suo modulo;

**c** stabilire se la curva è regolare precisando in caso contrario i punti non regolari.