

## ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

Parziale 22.4.2015

Cognome.....  
Nome.....  
n.matricola .....

**Esercizio 1** Sia  $\gamma$  l'arco di curva

$$\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 3t \\ z = 4 \sin t \end{cases} \quad t \in [0, 4\pi]$$

Si calcoli l'integrale di linea

$$\int_{\gamma} y^2 ds$$

**Esercizio 2** Calcolare i seguenti limiti, ossia dimostrare che il limite esiste e vale  $\ell$  oppure dimostrare che non esiste.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y) \log(1+x^2+y^2)}{x^2+y^2}$$
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{x}$$

**Esercizio 3** Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log y}{x-2} \sqrt{2+y-(x-2)^2}$$

- a determinare analiticamente l'insieme  $E$  di definizione;
- b disegnarlo;
- c stabilire se è aperto, chiuso, limitato, connesso.

**Esercizio 4** Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(2x^2+2y^2) \sin(x^2+y^2)+x^2y}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a stabilire in quali punti del piano è continua;
- b stabilire in quali punti del piano è derivabile, calcolando esplicitamente le derivate;
- c stabilire in quali punti del piano è differenziabile;
- d scrivere l'equazione del piano tangente nell'origine.

**Esercizio 5** Data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2}{n^4 + 1} \left(\frac{x-1}{3}\right)^n$$

- a determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;
- b studiare la convergenza totale.

**Esercizio 6** Data la funzione 2-periodica  $f(x) = e^{-2x}$   $x \in [0, 2]$ .

- a calcolare i coefficienti di Fourier di  $f$ ,  $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$  e  $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$ , e scrivere la serie di Fourier associata;
- c studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier;
- d studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier.