

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

1 parte 26.6.2014

n.matricola

Cognome

Nome

Esercizio 1 Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{2x}{2+x^2} y = \frac{1}{x(2+x^2)} \\ y(-2) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2 Data l'equazione differenziale

$$3y'' + 8y' + 4y = e^{2x} + \cos(x)$$

a determinare una soluzione particolare dell'equazione;

b determinare l'integrale generale;

Esercizio 3 Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(1+2x^2)^n}$$

a determinare l'insieme dei punti in cui converge puntualmente;

b stabilire l'insieme di punti in cui la serie converge totalmente;

c stabilire l'insieme di punti in cui la somma della serie è continua;

d stabilire l'insieme di punti in cui è derivabile termine a termine.

Esercizio 4 Data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + e^{-n}}{3^{2n} + n} (x-2)^n$$

a determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;

b studiare la convergenza totale.

Esercizio 5 Data la funzione 2π -periodica dispari

$$f(x) = \pi - x \quad x \in [0, \pi]$$

a calcolare i coefficienti di Fourier di f , $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$ e $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$, e scrivere la serie di Fourier associata;

b studiare la convergenza in media quadratica della serie di Fourier, scrivere l'uguaglianza di Parseval ed utilizzarla per calcolare la somma della serie numerica $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2)$;

c studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier;

d studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier.

Esercizio 6 Data la curva di equazione polare

$$\rho = 2 + \cos 2\theta \quad \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

a stabilire se la curva è: continua, chiusa;

b calcolare il vettore derivato e il suo modulo;

c stabilire se la curva è regolare precisando in caso contrario i punti non regolari.