ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)
Parziale 20.4.2016

Cognome.....................
Nome....................
n.matricola ....

Esercizio 1 Data l'equazione differenziale

$$y'' + 5y' + 6y = 2\sin(3t) + e^{-t}$$

a determinare l'integrale generale;
b risolvere il problema di Cauchy con le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;
c studiare il comportamento della soluzione di Cauchy per tempi t lunghi ($t \to \infty$).

Esercizio 2 Data la seguente curva in forma polare

$$\rho = 3e^{2\theta} \quad \theta \in \mathbb{R}$$

dimostrare che è una curva regolare, semplice, non chiusa.

Esercizio 3 Data l'elica cilindrica γ definita da

$$\begin{cases} x = \sin(2\theta) \\ y = \cos(2\theta) \quad \theta \in [0, \pi] \\ z = \frac{5}{2\pi}\theta \end{cases}$$

a calcolare l'integrale di linea di prima specie

$$\int_\gamma (|x| + y) ds$$

b parametrizzare l'arco di curva mediante il parametro arco.

Esercizio 4 Data la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 2\sqrt{n}}{n^3 + 1} (x-1)^n$$

a determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;
b determinare gli intervalli di convergenza puntuale, assoluta e totale.

Esercizio 5 Data la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n^{\frac{1}{3}} + 1}{n + 3} \cos(nx) \quad x \in [0, 2\pi]$$

a studiarne la convergenza puntuale;
b dire se è possibile affermare a priori che la somma della serie è continua e se la serie è derivabile termine a termine.
c dire se può essere la serie di Fourier di una funzione limitata.

Esercizio 6 Data la funzione 2-periodica $f(x) = 2x^2$ $x \in [0, 1]$ prolungata dispari.
a calcolare i coefficienti di Fourier di f, $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$ e $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$, e scrivere la serie di Fourier associata;
b studiare la convergenza in media quadratica e scrivere l'identità di Parseval;
c studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier;
d studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier e la velocità di convergenza a zero dei coefficienti.