

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

1 Parte 24.6.2015

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Esercizio 1 Calcolare l'integrale

$$\int_{\gamma} (\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}y^2)^2 ds$$

essendo γ la curva di equazione polare

$$\rho = 3e^{\theta} \quad \theta \in (-\infty, 0]$$

Esercizio 2 Calcolare il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,3)} \frac{(y-3)^2 \sin(\pi x)}{(x-1)^2 + (y-3)^2}$$

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log(y^2 - 2)}{x^2 + 3} \frac{1}{\sqrt{2 + y - (x-2)^2}}$$

a determinare analiticamente l'insieme E di definizione;

b disegnarlo;

c stabilire se è aperto, chiuso, limitato, connesso.

Esercizio 4 Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (e^{\sin 3x} - 1) \frac{4y^2 x}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a stabilire in quali punti del piano è continua;

b stabilire in quali punti del piano è derivabile, calcolando esplicitamente le derivate;

c stabilire in quali punti del piano è differenziabile;

d scrivere l'equazione del piano tangente nell'origine.

Esercizio 5 Data la serie di potenze

$$\sum_n \frac{\log(3+n)}{3^n + n^2 + 2^n} (x-3)^n$$

a determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;

b studiare la convergenza totale, assoluta, puntuale.

Esercizio 6 Data la funzione pari 2-periodica tale che

$$f(x) = x + 1 \quad x \in [0, 1]$$

a calcolare i coefficienti di Fourier di f e scrivere la serie di Fourier associata;

b studiare la convergenza puntuale e totale della serie di Fourier;

c studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier.