

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

1 PARTE 28.6.2016

Cognome.....
Nome.....
n.matricola

Esercizio 1 Data l'equazione differenziale

$$y'' + 3y' + y = e^{-t} \sin 3t$$

- a determinare una soluzione particolare e l'integrale generale;
- b risolvere il problema di Cauchy con le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;
- c studiare il comportamento della soluzione di Cauchy per tempi t lunghi ($t \rightarrow \infty$).

Esercizio 2 Data la seguente curva nello spazio

$$\vec{r}(t) = (t^2, t \cos t, t \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$$

- a stabilire se la curva è continua chiusa;
- b calcolare il versore derivato ed il suo modulo;
- c stabilire se è regolare e calcolare il versore tangente.

Esercizio 3 Calcolare l'integrale di linea

$$\int_{\gamma} y \, ds$$

dove γ è l'arco di senoide $y = \cos x$ per $x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi]$.

Esercizio 4 Data la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + n \log n + n}{n^4 + 3} (x - 3)^n$$

- a determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;
- b determinare gli intervalli di convergenza puntuale, assoluta e totale.

Esercizio 5 Data la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 + \log n}{\sqrt{n} + 2n} \cos(nx) \quad x \in [0, 2\pi]$$

- a studiarne la convergenza puntuale;
- b dire se è possibile affermare a priori che la somma della serie è continua e se la serie è derivabile termine a termine.
- c dire se può essere la serie di Fourier di una funzione limitata.

Esercizio 6 Data la funzione 2-periodica $f(x) = e^{-x} + 1$ $x \in [0, 1]$ prolungata pari.

- a calcolare i coefficienti di Fourier di f , $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$ e $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$, e scrivere la serie di Fourier associata;
- b studiare la convergenza in media quadratica e scrivere l'identità di Parseval;
- c studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier;
- d studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier e la velocità di convergenza a zero dei coefficienti.