

## ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

Parziale 2.4.2014

n.matricola .....

**Esercizio 1** Data l'equazione differenziale

$$y' = \left(\frac{4}{5} - y\right)(2 - y)x$$

**a** determinarne tutte le soluzioni;

**b** risolvere il problema di Cauchy con condizione  $y(0) = 1$  precisando il più ampio intervallo su cui è definita la soluzione del problema.

**Esercizio 2** Data l'equazione differenziale

$$y'' + 4y' + 3y = \cos(2x)$$

**a** determinare l'integrale generale;

**b** risolvere il problema di Cauchy con  $y(0) = 0$  e  $y'(0) = 1$ .

**Esercizio 3** Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos^2(nx) + \sin(3nx)}{n! + 4\sqrt{n}}$$

**a** stabilire se la serie converge totalmente in  $[-\pi, \pi]$ ;

**b** stabilire se la somma  $S(x)$  della serie è una funzione continua in  $[-\pi, \pi]$  (o in quale intervallo lo è);

**c** stabilire se la serie delle derivate converge puntualmente in  $[-\pi, \pi]$  e se converge totalmente in  $[-\pi, \pi]$ ;

**d** in base ai punti precedenti, si può affermare che la serie è derivabile termine a termine?

**Esercizio 4** Data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^4 + 2^n}{3^n + n} \left(\frac{x-2}{2}\right)^n$$

**a** determinare il raggio di convergenza e studiare il comportamento della serie agli estremi dell'intervallo di convergenza;

**b** studiare la convergenza totale.

**Esercizio 5** Data la funzione 1-periodica  $f(x) = e^{-x+1}$   $x \in [0, 1]$ .

**a** calcolare i coefficienti di Fourier di  $f$ ,  $\{a_k\}_{k=0}^{\infty}$  e  $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$ , e scrivere la serie di Fourier associata;

**b** studiare la convergenza in media quadratica della serie di Fourier, scrivere l'uguaglianza di Parseval ed utilizzarla per calcolare la somma della serie numerica  $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2)$ ;

**c** studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier;

**d** studiare la derivabilità termine a termine della serie di Fourier.

**Esercizio 6** Data la curva definita per  $t \in [0, 2\pi]$  dalle equazioni parametriche

$$\begin{cases} x &= 1 - \cos^2(2t) \\ y &= -1 + \sin^2(2t) \end{cases}$$

**a** stabilire se la curva è: continua, chiusa;

**b** calcolare il vettore derivato e il suo modulo;

**c** stabilire se la curva è regolare precisando in caso contrario i punti non regolari.