

ANALISI MATEMATICA 2 (9 CFU)

2 Parte 12.7.2016

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Esercizio 1 Data la funzione

$$f(x, y) = y \log \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$$

a determinare il suo insieme di definizione e dire che tipo di insieme è (aperto, limitato, connesso);

b calcolare $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ nel caso tale limite ℓ esista prolungare con continuità la funzione ponendo $f(0, 0) = \ell$ e calcolare le derivate parziali di f in $(0, 0)$;

c stabilire se f è differenziabile nell'origine.

Esercizio 2 Data la funzione

$$f(x, y) = x^2y + x^2 + y^2 - 6y$$

a determinare tutti i punti critici e studiarne la natura;

b scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(1, 2)$ e calcolare la derivata direzionale $D_{\mathbf{v}}(1, 2)$ rispetto al versore $\mathbf{v} = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$.

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x, y) = y^2 + 2\sqrt{2}xy$$

soggetta al vincolo $x^2 + y^2 = 4$. Verificare che il vincolo non abbia punti critici e determinare i punti di massimo e di minimo assoluto della funzione.

Esercizio 4 Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_D \frac{xe^y}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$$

dove D è il semicerchio di raggio 1 centrato nell'origine compreso nel semipiano $x \geq 0$.

Esercizio 5 Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \frac{2xy}{(x^2+y^2)^2} \hat{i} + \frac{y^2-x^2}{(x^2+y^2)^2} \hat{j}$$

a stabilire il suo insieme di definizione;

b verificare se il campo è conservativo e nel caso calcolarne un potenziale;

c calcolare il lavoro di \mathbf{F} lungo la semicirconferenza centrata nell'origine nel semipiano $y \geq 0$, di raggio unitario.

Esercizio 6 Calcolare il lavoro del campo $\vec{F} = (x^2y + 3x^2y^2, y^3x + x^2y^2)$ lungo la curva definita dal perimetro del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(3, 2)$ percorsa in senso antiorario utilizzando la formula di Gauss-Green.

Esercizio 5 a.a. 2013/2014 Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_T y \sqrt{x^2+y^2} dx dy$$

dove T è il triangolo di vertici $(0, -4)$, $(0, 4)$, $(4, 0)$.

Esercizio 6 a.a. 2013/2014 Data l'equazione $e^{xy} + y - x - 1 = 0$ si dimostri che esiste un intorno I del punto $x = 0$ ed una funzione $y = y(x)$ definita implicitamente dall'equazione, in I , con $y(0) = 0$. Calcolare $y'(0)$.