

## ANALISI MATEMATICA 2 (9 CFU)

2 Parte 13.6.2016

Cognome.....

Nome.....

n.matricola .....

**Esercizio 1** Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3+3y^4}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

**a** determinare in quali punti del piano è continua e derivabile;

**b** calcolare, mediante la definizione, la derivata direzionale  $D_{\mathbf{v}}f(0, 0)$  per il generico versore  $(\cos \theta, \sin \theta)$  e dire se è verificata la formula del gradiente;

**c** determinare in quali punti del piano è differenziabile;

**Esercizio 2** Determinare eventuali punti di estremo libero per la funzione

$$f(x, y) = (x - 1)^2(4y^2 - x^2)$$

e determinarne la natura.

**Esercizio 3** Data la funzione

$$f(x, y) = ye^{-x}$$

soggetta al vincolo  $x^2 + 4y^2 = 4$ . Verificare che il vincolo non abbia punti critici e determinare i punti di massimo e di minimo assoluto della funzione.

**Esercizio 4** Calcolare l'integrale doppio (generalizzato)

$$\int \int_D \log \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$

dove  $D$  è il cerchio di raggio 3 centrato nell'origine.

**Esercizio 5** Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \left( \frac{2x}{(x^2 + y^2)} - \frac{2x}{(x^2 + y^2)^2} \right) \mathbf{i} + \left( \frac{2y}{(x^2 + y^2)} - \frac{2y}{(x^2 + y^2)^2} \right) \mathbf{j}$$

**a** stabilire il suo insieme di definizione;

**b** verificare se il campo è conservativo e nel caso calcolarne un potenziale;

**c** calcolare il lavoro di  $\mathbf{F}$  lungo una qualunque curva, semplice, chiusa contenente l'origine.

**Esercizio 6** Calcolare l'area della regione racchiusa dalla chiocciola di Pascal descritta in forma polare da  $\rho = 1 + \cos \theta$  per  $\theta \in [0, 2\pi]$ .

**a** utilizzando la formula di Gauss Green sul piano;

**b** utilizzando la formula dell'area con l'integrale doppio.

*Suggerimento:* L'area di una regione regolare  $\Omega$  del piano è  $|\Omega| = \int_{\Omega} 1 dx dy$