

## ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

2 parte 16.9.2014

Cognome.....

Nome.....

n.matricola .....

**Esercizio 1** Calcolare l'integrale di linea

$$\int_{\gamma} \sqrt{y} ds$$

dove  $\gamma$  è l'arco di curva

$$\begin{cases} x = t \cos t \\ y = t^2 \\ z = t \sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

**Esercizio 2** Studiare il seguente limite, ossia dimostrare che il limite esiste e vale  $\ell$  oppure dimostrare che non esiste.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (e^{x+y} - 1) \frac{2y^2 \cos y + x^2 \sin x}{y^2 + x^2}$$

**Esercizio 3** Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log(2+y)}{x-3} \frac{1}{\sqrt{y-1-(x-2)^2}}$$

**a** determinare analiticamente l'insieme  $E$  di definizione;

**b** disegnarlo;

**c** stabilire se è aperto, chiuso, limitato, connesso.

**Esercizio 4** Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (x+y) \frac{\cos(x^2+y^2)-1}{x^2+y^2} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

**a** stabilire in quali punti del piano la funzione è continua;

**b** calcolare in base alla definizioni le derivate direzionali  $D_{\vec{v}}f(0, 0)$  nell'origine, con  $\vec{v} = (\cos \theta, \sin \theta)$ , ed in particolare le derivate parziali;

**c** stabilire se nell'origine la formula del gradiente è verificata oppure no. Cosa si può concludere riguardo alla differenziabilità di  $f$  nell'origine?

**Esercizio 5** Data la funzione

$$f(x, y) = e^{-x}(2x^2 + y^2 + 4y)$$

**a** determinarne tutti i punti critici di  $f$  in  $\mathbb{R}^2$ ;

**b** studiare la natura dei punti critici (decidere se sono punti di minimo, massimo o sella);

**c** si scriva l'equazione del piano tangente nel punto  $(1, 1)$ .

**Esercizio 6** Sia

$$f(x, y) = 3ye^{-2(x-2)} + (x-1)y^2 + e^{x-2}$$

**a** si dimostri che l'equazione  $f(x, y) = 0$  definisce implicitamente due funzioni  $y = g_1(x)$  e  $y = g_2(x)$ ,  $g_1, g_2 \in C^1(I)$  in un intorno di  $x_0 = 2$ . Si scelga una delle due funzioni  $g_i$  e se ne calcoli la derivata prima in  $x_0 = 2$ .

**Esercizio 7** Si calcoli il seguente integrale doppio

$$\int \int_D (x e^{|y|}) dx dy$$

**a**  $D$  è la porzione di corona circolare di raggi  $r$ ,  $R$ , compresa nel primo quadrante (disegnarla);

**b**  $D$  è il triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(2, 3)$ .