

## ANALISI MATEMATICA 2 (9 CFU)

2 Parte 16.9.2015

Cognome.....  
Nome.....  
n.matricola .....

**Esercizio 1** Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

**a** calcolare in base alla definizione la derivata direzionale nell'origine;

**b** stabilire se vale la formula del gradiente;

**c** determinare per quali vettori  $\mathbf{v}$  la derivata  $D_{\mathbf{v}}$  è nulla.

**Esercizio 2** Determinare eventuali punti di estremo libero per la funzione

$$f(x, y) = 2x^4 + 2y^4 - 4x^2y$$

e determinarne la natura.

**Esercizio 3\*** Calcolare gli estremi della funzione

$$f(x, y) = ye^{-x^2-y^2}$$

sotto la condizione  $y^2 - x^2 = 1$  applicando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

**Esercizio 4** Nel piano  $xy$  si consideri la lamina omogenea  $\Omega$  avente la forma della corona circolare espressa in coordinate polari da  $1 \leq \rho \leq 3$ ,  $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$ . Calcolare le coordinate del baricentro della lamina.

**Esercizio 5\*** Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \frac{6xy}{x^2+y^2}\mathbf{i} + \left[\frac{6y^2}{x^2+y^2} + 3\log(x^2+y^2)\right]\mathbf{j}$$

**a** determinare il dominio di definizione del campo;

**b** dire se il campo è conservativo nel suo dominio di definizione ed in caso affermativo calcolarne il potenziale;

**c** calcolare il lavoro di  $\mathbf{F}$  lungo la circonferenza di equazione  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$ .

**Esercizio 6\*** Calcolare

$$\oint_{\gamma} (x^4 - 2x^2y^2)dx + (y^2x - 2x^2y)dy$$

dove  $\gamma$  è il perimetro del rettangolo  $R = [0, 2] \times [1, 3]$  utilizzando la formula di Gauss-Green.

\* Gli studenti immatricolati nell'anno 2013/2014 che hanno comunicato di voler sostenere l'esame secondo il programma dell'anno scorso devono svolgere al posto degli esercizi 3,5,6 gli esercizi qui sotto.

**Esercizio 3 anno 2013/2014** Sia  $T$  il triangolo, nel piano  $xy$ , di vertici  $(0, -2)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 0)$ . Calcolare

$$\int \int_T 2|x^2y| dx dy$$

**Esercizio 5 anno 2013/2014** Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = (8 - 2 - y^2)x^2$$

**a** determinare tutte le soluzioni dell'equazione;

**b** risolvere il problema di Cauchy con la condizione iniziale  $y(0) = 2$ ;

**c** precisare il più ampio intervallo su cui è definita la soluzione di Cauchy.

**Esercizio 6 anno 2013/2014** Data l'equazione differenziale

$$y'' + y' - 6y = e^{2x}$$

**a** scrivere l'integrale generale dell'equazione;

**b** risolvere il problema di Cauchy con le condizioni  $y(0) = y'(0) = 1$