

ANALISI MATEMATICA 2 (9 CFU)

2 Parte 16.9.2015

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Esercizio 1 Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a calcolare in base alla definizione la derivata direzionale nell'origine;

b stabilire se vale la formula del gradiente;

c determinare per quali versori \mathbf{v} la derivata $D_{\mathbf{v}}$ è nulla.

Esercizio 2 Determinare eventuali punti di estremo libero per la funzione

$$f(x, y) = 2x^4 + 2y^4 - 4x^2y$$

e determinarne la natura.

Esercizio 3* Calcolare gli estremi della funzione

$$f(x, y) = ye^{-x^2-y^2}$$

sotto la condizione $y^2 - x^2 = 1$ applicando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

Esercizio 4 Nel piano xy si consideri la lamina omogenea Ω avente la forma della corona circolare espressa in coordinate polari da $1 \leq \rho \leq 3$, $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$. Calcolare le coordinate del baricentro della lamina.

Esercizio 5* Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \frac{6xy}{x^2+y^2}\mathbf{i} + \left[\frac{6y^2}{x^2+y^2} + 3\log(x^2+y^2)\right]\mathbf{j}$$

a determinare il dominio di definizione del campo;

b dire se il campo è conservativo nel suo dominio di definizione ed in caso affermativo calcolarne il potenziale;

c calcolare il lavoro di \mathbf{F} lungo la circonferenza di equazione $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$.

Esercizio 6* Calcolare

$$\oint_{\gamma} (x^4 - 2x^2y^2)dx + (y^2x - 2x^2y)dy$$

dove γ è il perimetro del rettangolo $R = [0, 2] \times [1, 3]$ utilizzando la formula di Gauss-Green.

* Gli studenti immatricolati nell'anno 2013/2014 che hanno comunicato di voler sostenere l'esame secondo il programma dell'anno scorso devono svolgere al posto degli esercizi 3,5,6 gli esercizi qui sotto.

Esercizio 3 anno 2013/2014 Sia T il triangolo, nel piano xy , di vertici $(0, -2)$, $(0, 2)$, $(2, 0)$. Calcolare

$$\int \int_T 2|x^2y| dx dy$$

Esercizio 5 anno 2013/2014 Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = (8 - 2 - y^2)x^2$$

a determinare tutte le soluzioni dell'equazione;

b risolvere il problema di Cauchy con la condizione iniziale $y(0) = 2$;

c precisare il più ampio intervallo su cui è definita la soluzione di Cauchy.

Esercizio 6 anno 2013/2014 Data l'equazione differenziale

$$y'' + y' - 6y = e^{2x}$$

a scrivere l'integrale generale dell'equazione;

b risolvere il problema di Cauchy con le condizioni $y(0) = y'(0) = 1$