

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

2 parte 26.6.2014

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Esercizio 1 Sia γ l'arco di curva grafico della funzione

$$y = \frac{1}{3} \cosh(3x), \quad x \in [-\log 3, \log 3]$$

a calcolare l'elemento d'arco ds ;

b calcolare la lunghezza di γ ;

c calcolare le coordinate del centroide di γ (supponendo che si tratti di una linea materiale omogenea).

Esercizio 2 Calcolare il seguente limite, ossia dimostrare che il limite esiste e vale ℓ oppure dimostrare che non esiste.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (\cos(xy) - 1) \frac{2y^4 + x^5}{(y^2 + x^2)^2}$$

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{(2y - 3) \log[x^2 + (y - 1)^2]}{\sqrt{1 - \log(2y + x^2)}}$$

a determinare analiticamente l'insieme E di definizione;

b disegnarlo;

c stabilire se è aperto, chiuso, limitato, connesso.

Esercizio 4 Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy^2}{2x^4 + y^2} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a stabilire in quali punti del piano la funzione è continua;

b stabilire in quali punti del piano è derivabile;

c stabilire in quali punti del piano è differenziabile.

Esercizio 5 Data la funzione

$$f(x, y) = 2e^{-x^2+y}(2 - 2y) + 4e^y$$

a determinarne tutti i punti stazionari;

b studiare la natura dei punti stazionari (decidere se sono punti di minimo, massimo o sella);

Esercizio 6 Sia

$$f(x, y) = -3e^{-x}y + (2x + 1)y^2 + 2e^{2x}$$

a si dimostri che l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce implicitamente due funzioni $y = g_1(x)$ e $y = g_2(x)$, $g_1, g_2 \in C^1(I)$ in un intorno di $x_0 = 0$. Si scelga una delle due funzioni g_i e se ne calcoli la derivata prima in $x = 0$.

Esercizio 7 Si consideri il segmento di paraboloidi di rotazione P di altezza $h = 3$ e che ha per base un cerchio di raggio $R = 2$:

$$P = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq h(1 - \frac{x^2 + y^2}{R^2})\}$$

a si calcoli il volume di P ;

b si dimostri che il volume di un segmento di paraboloidi di rotazione è $3/2$ del volume del cono avente la stessa base e la stessa altezza (Archimede).