

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

2 Parziale 28.5.2014

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Analisi 1 SI NO

Geometria SI NO

OFA SI NO

Esercizio 1 Calcolare la lunghezza dell'arco di curva piana la cui equazione in forma polare è

$$\rho = \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^2, \quad \theta \in [0, 2\pi]$$

Esercizio 2 Calcolare il seguente limite, ossia dimostrare che il limite esiste e vale ℓ oppure dimostrarne che non esiste.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{x^5 + xy^2 + 4x^2y}{y^2 + 2x^4 + 3y^4} \right)$$

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log(2x + 2)}{\sqrt{y^2 - x^2 - 2}}$$

a determinare analiticamente l'insieme E di definizione;

b disegnarlo;

c stabilire se è aperto, chiuso, limitato, connesso.

Esercizio 4 Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^6 + 3y^6}{2x^2 + y^4} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a stabilire in quali punti del piano è derivabile, calcolando esplicitamente le derivate;

b stabilire in quali punti del piano è differenziabile;

c scrivere l'equazione del piano tangente nell'origine.

Esercizio 5 Data la funzione

$$f(x, y) = y^2x(y - x + 1)$$

a determinarne tutti i punti stazionari;

b studiare la natura dei punti stazionari (decidere se sono punti di minimo, massimo o sella);

Esercizio 6 Data la funzione

$$f(x, y) = ye^{-2x^2} - 2xe^{-y}$$

a si dimostri che l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce implicitamente una ed una sola funzione $y = g(x)$, $g \in C^1(I)$ in un intorno di $x_0 = 1$;

b calcolare $g'(1)$;

Esercizio 7 Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int \int_D \frac{|xy|}{x^2 + y^2} dx dy$$

a quando D è il settore di corona circolare con raggi $r_1 = 1$ e $r_2 = 2$;

b quando D è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(3, 4)$.