ANALISI MATEMATICA 2 (9 CFU)
2 Parte 28.6.2016

Cognome....................
Nome...................
n.matricola ....

Esercizio 1 Data la funzione
$$f(x,y) = \frac{x\sqrt{y}}{1+x^2+y^2}$$
a determinare il dominio e dire che tipo di insieme è (aperto, limitato, connesso);
b determinare in quali punti del piano è continua, derivabile, differenziabile giustificando la risposta;
c calcolare la derivata direzionale $D_{\mathbf{v}}f(0,0)$ determinando per quali versori $\mathbf{v}$ del piano è definita;

Esercizio 2 Determinare eventuali punti di estremo libero per la funzione
$$f(x,y) = x^2y(x-y+1)$$
e determinarne la natura.

Esercizio 3 Data la funzione
$$f(x,y) = x^2 - y^2$$
soggetta al vincolo $x^2+y^2 = 1$. Verificare che il vincolo non abbia punti critici e determinare i punti di massimo e di minimo assoluto della funzione.

Esercizio 4 Calcolare l'integrale doppio (generalizzato)
$$\int\int_D \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} + \log(x^2+y^2)^2 \right) dxdy$$
dove D è il cerchio di raggio 2 centrato nell'origine.

Esercizio 5 Dato il campo vettoriale
$$\vec{F} = \left(\frac{2x}{x^2+y^2} \right) \hat{\imath} + \left(\frac{2y}{x^2+y^2} - \sqrt{y} \right) \hat{\jmath}$$
a stabilire il suo insieme di definizione;
b verificare se il campo è conservativo e nel caso calcolarne un potenziale;
c calcolare il lavoro di $\vec{F}$ lungo una qualunque curva, semplice, chiusa contenente l'orgine (usare i cammini equivalenti).

Esercizio 6 Calcolare il lavoro del campo $\vec{F} = (x^2+3xy^2, x^3+2xy^2)$ lungo la curva definita dal perimetro del triangolo di vertici $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,3)$ percorsa in senso antiorario utilizzando la formula di Gauss-Green.

Esercizio 5 a.a. 2013/2014 Calcolare l'integrale doppio
$$\int\int_T x\sqrt{x^2+y^2}\, dxdy$$
dove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(4,0)$, $(4,3)$.

Esercizio 6 a.a. 2013/2014 Si consideri l'equazione $-2x^3+xy+y^3 = 0$ si dimostri che in un intorno del punto $(1,1)$ questa definisce implicitamente una funzione $y = g(x)$.