

ANALISI MATEMATICA 2 (9 CFU)

2 Parte 8.6.2015

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Esercizio 1 Data la funzione $f(x, y) = x^4 e^{2y+1}$

a determinare la derivata direzionale $D_{\mathbf{v}}(-1, 0)$;

b determinare per quali vettori \mathbf{v} la derivata $D_{\mathbf{v}}$ è massima;

c determinare per quali vettori \mathbf{v} la derivata $D_{\mathbf{v}}$ è nulla.

Esercizio 2 Determinare eventuali punti di estremo libero per la funzione

$$f(x, y) = x^2 y^3 - x^2 y^4 - x^3 y^3$$

e determinarne la natura.

Esercizio 3 Calcolare gli estremi della funzione

$$f(x, y) = (3 + xy)^2$$

sotto la condizione $x^2 + y^2 = 1$ applicando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

Esercizio 4 Calcolare

$$\int \int_T x^2 (y - 2x^3) e^{y+2x^3} dx dy$$

dove

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^3 \leq y \leq 3, 2x^3 \geq 1\}$$

utilizzando la trasformazione

$$\begin{cases} u &= y - 2x^3 \\ v &= y + 2x^3 \end{cases}$$

Esercizio 5 Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = (2\alpha xz + 2\frac{yz}{x})\mathbf{i} + (2z \log x - 2\alpha^2 y \log z)\mathbf{j} + (x^{2\alpha} + 2y \log x - \frac{y^2}{z})\mathbf{k}$$

a scrivere il dominio di definizione del campo;

b dire per quali valori del parametro reale α è conservativo;

c calcolare il potenziale di \mathbf{F} che si annulla nel punto $(1, 2, 2)$.

Esercizio 6 Dato l'integrale

$$\int \int_D y^2 dx dy$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$$

a trovare due funzioni P e Q tale che $Q_x - P_y = y^2$. *Suggerimento:* scegliere $P=0$ oppure $Q=0$.

b calcolare l'integrale trasformando l'integrale doppio in integrale di linea.