

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

2 parte 12.6.2014

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Esercizio 1 Determinare il centroide dell'arco di ellisse omogeneo

$$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases} \quad t \in [0, \pi]$$

Indicare con L la lunghezza senza calcolarla.

Esercizio 2 Calcolare il seguente limite, ossia dimostrare che il limite esiste e vale ℓ oppure dimostrarne che non esiste.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sin(xy) \left(\frac{2y^4 + x^5}{(y^2 + x^2)^2} \right)$$

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{(y-3) \log[(x+1)^2 + y^2]}{\sqrt{1 - \log(y-x^2)}}$$

a determinare analiticamente l'insieme E di definizione;

b disegnarlo;

c stabilire se è aperto, chiuso, limitato, connesso.

Esercizio 4 Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^{\frac{2}{5}} x^3}{2x^2 + 2y^2} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a stabilire in quali punti del piano è derivabile, calcolando esplicitamente le derivate;

b stabilire in quali punti del piano è differenziabile;

c scrivere l'equazione del piano tangente nell'origine.

Esercizio 5 Data la funzione

$$f(x, y) = 8(y-1)^2 + x^4 - 4yx^2$$

a determinarne tutti i punti stazionari;

b studiare la natura dei punti stazionari (decidere se sono punti di minimo, massimo o sella);

Esercizio 6 Determinare gli insiemi del piano in cui la seguente funzione è convessa, concava, o nessuna delle due cose.

$$f(x, y) = e^{+(x^2+y^2)}$$

Esercizio 7 Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_D \frac{2x + 3y}{1 + x^2 + y^2} dx dy$$

dove $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 3, 0 < x < y\}$.