

ANALISI MATEMATICA 2 (9 CFU)

2 Parte 15.7.2015

Cognome.....
Nome.....
n.matricola

Esercizio 1 Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2-2x}{y-1} & \text{se } y \neq 1 \\ 0 & \text{se } y = 1 \end{cases}$$

a scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f in $(2, 3)$;

b calcolare, mediante la definizione, la derivata direzionale $D_{\mathbf{v}}f(1, 1)$ per il generico versore $(\cos \theta, \sin \theta)$;

c provare a calcolare $D_{\mathbf{v}}f(1, 1)$ usando la formula del gradiente e dire se f è differenziabile in $(1, 1)$.

Esercizio 2 Determinare eventuali punti di estremo libero per la funzione

$$f(x, y) = (x + 3)^2(y^2 - x^2)$$

e determinarne la natura.

Esercizio 3* Data la funzione

$$f(x, y) = e^{-2x^2-2y^2}$$

soggetta al vincolo $(x - 1)^2 + 4y^2 = 4$. Verificare che il vincolo non abbia punti critici e determinare i punti di massimo e di minimo assoluto della funzione.

Esercizio 4 Nel piano xy si consideri la lamina omogenea Ω avente la forma della corona circolare espressa in coordinate polari da $1 \leq \rho \leq 2, \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$. Calcolare le coordinate del baricentro della lamina.

Esercizio 5* Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \frac{3y^2 - 3x^2}{(x^2 + y^2)} \mathbf{i} - \frac{6xy}{(x^2 + y^2)} \mathbf{j}$$

a stabilire il suo insieme di definizione;

b verificare se il campo è conservativo e nel caso calcolarne un potenziale;

c calcolare il lavoro di \mathbf{F} lungo la curva $\gamma: \mathbf{r}(t) = (3t^2 + 2, 3 - 2t^2), t \in [0, 1]$.

Esercizio 6* Calcolare

$$\oint_{\gamma} (x^3 - x^2y^2)dx + (y^2x - 2xy)dy$$

dove γ è il perimetro del quadrato $Q = [0, 1] \times [0, 1]$ utilizzando la formula di Gauss-Green.

* Gli studenti immatricolati nell'anno 2013/2014 che hanno comunicato di voler sostenere l'esame secondo il programma dell'anno scorso devono svolgere al posto degli esercizi 3,5,6 gli esercizi qui sotto.

Esercizio 3 anno 2013/2014 Sia T il triangolo, nel piano xy , di vertici $(0, -2), (3, 0), (0, 3)$. Calcolare

$$\int \int_T 3|xy| dx dy$$

Esercizio 5 anno 2013/2014 Si consideri l'equazione differenziale

$$y' = (9 - y^2)x^2$$

a determinare tutte le soluzioni dell'equazione;

b risolvere il problema di Cauchy con la condizione iniziale $y(0) = 1$;

c precisare il più ampio intervallo su cui è definita la soluzione di Cauchy.

Esercizio 6 anno 2013/2014 Data l'equazione differenziale

$$4y'' + 4y' + y = e^{2x}$$

a scrivere l'integrale generale dell'equazione;

b risolvere il problema di Cauchy con le condizioni $y(0) = y'(0) = 1$