

ANALISI MATEMATICA 2 (9CFU)

2 Parziale 28.5.2014

Cognome.....

Nome.....

n.matricola

Esercizio 1 Calcolare la lunghezza dell'arco di curva piana la cui equazione in forma polare è

$$\rho = 3 \left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right)^2, \quad \theta \in [0, 2\pi]$$

Esercizio 2 Calcolare il seguente limite, ossia dimostrare che il limite esiste e vale ℓ oppure dimostrare che non esiste.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{ye^{\sqrt{2x^2+2y^2}} - y}{x^2 + y^2} \right)$$

Esercizio 3 Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2 + 3 - y}}{\log(1 + y - 2x^2)}$$

a determinare analiticamente l'insieme E di definizione;

b disegnarlo;

c stabilire se è aperto, chiuso, limitato, connesso.

Esercizio 4 Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{3yx^{\frac{1}{3}}}{3 + y^2 + x^2}$$

a stabilire in quali punti del piano è continua;

b stabilire in quali punti del piano è derivabile, calcolando esplicitamente le derivate;

c stabilire in quali punti del piano è differenziabile;

Esercizio 5 Data la funzione

$$f(x, y) = (x - 2)^2(x^2 - y^2 - 4)$$

a determinarne tutti i punti stazionari;

b studiare la natura dei punti stazionari (decidere se sono punti di minimo, massimo o sella);

Esercizio 6 Data la funzione

$$f(x, y) = xy - (x + 1) + 2y^3(x - 2)$$

a si dimostri che l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce implicitamente una ed una sola funzione $y = g(x)$, $g \in C^1(I)$ in un intorno di $x_0 = 2$;

b calcolare $g'(2)$;

Esercizio 7 Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int \int_D 3x^2 dx dy$$

a quando $D = \{(x, y) : 2x^2 + 8y^2 < 2\}$;

b quando D è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 6)$.