④ $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{3^m+m^2}{2^{2m}+1}(x-2)^m$

$$a_m = \frac{3^m+m^2}{2^{2n}+1}$$

$$\frac{a_{m+1}}{a_m} = \frac{3^{m+1}+(m+1)^2}{2^{2(m+1)}+1}\,\frac{2^{2m}+1}{3^m+m^2} \xrightarrow[m\to\infty]{} \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow R = \frac{4}{3}$$

La serie converge assolutamente per $|x-2|<\frac{4}{3}$

Se $x-2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \sum_m \underbrace{\frac{3^m+m^2}{2^{2n}+1}\left(\frac{4}{3}\right)^m}_{b_m}$

Dato che $b_m \xrightarrow[m\to\infty]{} 1$ la CN non è verificata $\Rightarrow$ la serie non converge.

Se $x-2 = -\frac{4}{3} \Rightarrow \sum_m \underbrace{\frac{3^m+m^2}{2^{2n}+1}(-1)^m\left(\frac{4}{3}\right)^m}$

$b_m \sim (-1)^m$ non ha limite $\Rightarrow$ la CN non è verificato

$\Rightarrow$ la serie NON converge

Essendo una serie di potenze si ha convergenza totale per $|x-2| \le r < \frac{4}{3}$ dunque nell'intervallo $[2-r, 2+r]$ $\forall r \in (0, 4/3)$